SELECTIVIDAD 2007

EXÁMENES RESUELTOS

CRITERIOS DE CORRECCIÓN

El enunciado del ejercicio consta de dos opciones, cada una de las cuales incluye dos cuestiones y dos problemas. El alumno/a debe elegir una de las dos opciones propuestas y desarrollarla íntegramente; en caso de mezcla, se considerará como opción elegida aquélla a la que corresponda la cuestión o problema que haya desarrollado en primer lugar.

Cada una de las cuestiones y problemas será calificada entre 0 y 2,5 puntos, valorándose entre 0 y 1,25 puntos cada uno de los dos apartados de que constan. La puntuación del ejercicio, entre 0 y 10 puntos, será la suma de las calificaciones de las cuestiones y problemas de la opción elegida.

Cuestiones

Dado que en las cuestiones se pretende incidir, fundamentalmente, en la comprensión por parte de los alumnos/as de los conceptos, leyes y teorías y su aplicación para la explicación de fenómenos físicos familiares, la corrección respetará la libre interpretación del enunciado, en tanto sea compatible con su formulación, y la elección del enfoque que considere conveniente para su desarrollo, si bien debe exigirse que sea lógicamente correcto y físicamente adecuado. Por tanto, ante una misma cuestión, cabe esperar que puedan darse diversas respuestas, que resulta difícil concretar de antemano.

En este contexto, la valoración de cada uno de los apartados de las cuestiones, atenderá a los siguientes aspectos:

1. Comprensión y descripción cualitativa del fenómeno.
2. Identificación de las magnitudes necesarias para la explicación de la situación física propuesta.
3. Aplicación correcta de las relaciones entre las magnitudes que intervienen.
4. Utilización de diagramas, esquemas, gráficas, ..., que ayuden a clarificar la exposición.
5. Precisión en el lenguaje, claridad conceptual y orden lógico.

Problemas

El objetivo de los problemas no es su mera resolución para la obtención de un resultado numérico; se pretende valorar la capacidad de respuesta de los alumnos/as ante una situación física concreta, por lo que no deben limitarse a la simple aplicación de expresiones y cálculo de magnitudes. Por otro lado, una correcta interpretación de la situación sin llegar al resultado final pedido, debe ser valorada apreciablemente.

En aquellos problemas en los que la solución del primer apartado pueda ser necesaria para la resolución del segundo, se calificará éste con independencia de aquel resultado.

Para la valoración de cada uno de los apartados de los problemas, a la vista del desarrollo realizado por el alumno/a, se tendrán en cuenta los siguientes aspectos:

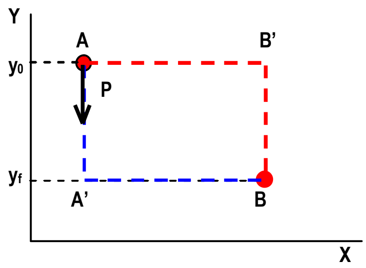
1. Explicación de la situación física e indicación de las leyes a utilizar.
2. Descripción de la estrategia seguida en la resolución.
3. Utilización de esquemas o diagramas que aclaren la resolución del problema.
4. Expresión de los conceptos físicos en lenguaje matemático y realización adecuada de los cálculos.
5. Utilización correcta de las unidades y homogeneidad dimensional de las expresiones.
6. Interpretación de los resultados y contrastación de órdenes de magnitud de los valores obtenidos.
7. Justificación, en su caso, de la influencia en determinadas magnitudes físicas de los cambios producidos en otras variables o parámetros que intervienen en el problema.

1

a. Explique qué son fuerzas conservativas. Ponga un ejemplo de fuerza conservativa y otro de fuerza que no lo sea.

b. ¿Se puede afirmar que el trabajo realizado por todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es siempre igual a la variación de su energía cinética? Razone la respuesta y apóyese con un ejemplo.

a. Un fuerza es conservativa cuando el trabajo realizado por dicha fuerza no depende del camino seguido, o sea, es igual a la diferencia entre los valores inicial y final de una función que solo depende de la posición, a la que denominamos energía potencial. Consecuentemente, el trabajo realizado por una fuerza conservativa a lo largo de un camino cerrado es cero. Como el trabajo que realizan se produce a expensas de disminuir la E_p del objeto y, por otro lado, dicho trabajo producirá una variación en la E_c , se deduce que lo que el cuerpo pierde de un tipo de energía se genera de la otra.



Como $W_{cons}= -\Delta E_p$ y, por otro lado: $W_{cons}= -\Delta E_c$,

se cumplirá que: $-\Delta E_p = \Delta E_p$, o bien $\Delta E_p + \Delta E_c =0$

Son fuerzas conservativas la fuerza gravitatoria, la fuerza elástica y la eléctrica.

- Por ejemplo, en el caso de la fuerza peso, el trabajo realizado de A a B es independiente de si el camino pasa por A' o por B'. De A hasta A' el trabajo realizado es la diferencia de energía potencial entre A y A' y de A' a B no realiza trabajo porque que el desplazamiento es perpendicular a la fuerza. Si nos desplazamos por B' sucede lo mismo.

Son fuerzas no conservativas las fuerzas motrices y las fuerzas disipativas como el rozamiento. Si una partícula se mueve de A a B y después vuelve de B a A, el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento no es cero como ocurriría con una fuerza conservativa, y además sí dependerá del camino seguido siendo mayor la disipación cuanto más larga sea la trayectoria ya que el rozamiento se opone en cada instante a la dirección de movimiento.

b. El teorema de las fuerzas vivas establece que el trabajo realizado por la fuerza resultante de todas las que actúan sobre un sistema, es igual a la variación de su energía cinética. La suma de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo se denomina fuerza neta o fuerza resultante y el trabajo realizado por la esta fuerza se invierte en incrementar su energía cinética.

Por ejemplo, un vehículo que se desplaza con velocidad constante es un caso en el que la fuerza neta es nula ya que Fuerza motriz y rozamiento están igualados. La fuerza motor aporta energía que, en teoría debería transformarse en energía cinética. Pero no es así ya que en la misma medida la fuerza de rozamiento, del mismo valor, produciría una aceleración del mismo valor en sentido contrario, con lo que la merma en la energía cinética está igualada con el aporte. Finalmente, como la resultante es nula la E_c se conserva.

a. Comente la siguiente frase: "debido a la desintegración del ^{14}C, cuando un ser vivo muere se pone en marcha un reloj..." ¿En qué consiste la determinación de la antigüedad de los yacimientos arqueológicos mediante el ^{14}C?

b. ¿Qué es la actividad de una muestra radiactiva? ¿De qué depende?

a. Las plantas asimilan el carbono del CO_2 atmosférico durante la fotosíntesis, y lo metabolizan para producir nutrientes, razón por la que se les considera los generadores de materia orgánica. Parte de las moléculas de CO_2 poseen isótopos de C-14, según la proporción en la que éste se encuentra en la atmósfera.

Posteriormente ese carbono es asimilado por los animales y almacenado en sus tejidos. Tanto animales como vegetales se mantendrá, a lo largo de toda su vida intercambiando C-14. Esto hace que la proporción entre el ^{14}C y ^{12}C de un ser vivo sea semejante a la que existe en las moléculas de CO_2 de la atmósfera, donde continuamente se genera C-14 mediante la reacción:

$$^{1}_{0}n + ^{14}_{7}N \rightarrow ^{14}_{6}C + ^{1}_{1}H + \gamma$$

Cuando un ser vivo muere deja de asimilar ^{14}C que se desintegra según la reacción:

$$^{14}_{6}C \rightarrow ^{14}_{7}N + ^{0}_{-1}\beta + \gamma$$

A partir de ese instante (muerte del ser vivo), la cantidad de carbono-14 será cada vez menor (se pone en marcha un reloj...") y midiendo la proporción entre ^{14}C y ^{12}C , a través de la actividad ß de la muestra, se puede calcular el tiempo transcurrido.

b. La actividad de una muestra radiactiva es el número de desintegraciones que se producen por unidad de tiempo, se mide en becquereles , Bq, que equivalen a una desintegración por segundo.

La actividad depende de la naturaleza de la muestra, es decir del núclido que se trate a través de su correspondiente constante radiactiva, y del número de núcleos que contenga la muestra en un instante dado.

$$A = -dN/dt = \lambda N$$

donde A es la actividad, N es el número de átomos presentes en la muestra y λ es la constante radiactiva que representa la probabilidad de desintegración de un núclido en la unidad de tiempo.

La actividad varía de forma exponencial según la expresión: $A = A_0\, e^{-\lambda\, t}$

donde A_0 es la actividad de la muestra en el instante inicial y A es la actividad en cualquier otro instante t.

3 **Una cámara de niebla es un dispositivo para observar trayectorias de partículas cargadas. Al aplicar un campo magnético uniforme, se observa que las trayectorias seguidas por un protón y un electrón son circunferencias.**

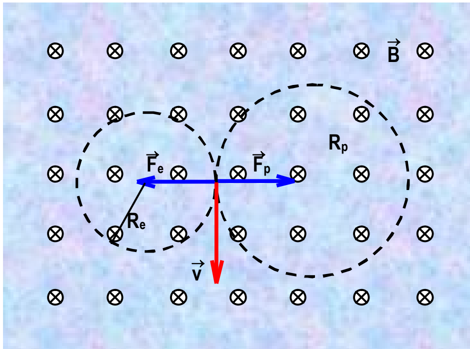
a. Explique por qué las trayectorias son circulares y represente en un esquema el campo y las trayectorias de las partículas.

b. Si la velocidad angular del protón es $\omega = 10^6$ rad · s^{-1}, determine la velocidad angular del electrón y la intensidad del campo magnético.

$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; $m_p = 1{,}7 \cdot 10^{-27}$ kg.

a. La Ley de Lorentz establece que sobre una carga positiva que se mueve en un campo magnético actúa una fuerza que siempre es perpendicular a la trayectoria de la carga y a las líneas de fuerza del campo magnético, y que viene dada por la expresión:

$$\vec{F} = q \cdot \left(\vec{v} \times \vec{B}\right)$$



Si la carga es negativa, cambia el sentido de la fuerza. Esta fuerza, de carácter centrípeto, provoca una trayectoria curvilínea que, si tanto la intensidad de campo magnético como la velocidad permanecen constantes, será circular como indica la figura. El radio de giro puede deducirse a partir del hecho de que la fuerza de Lorentz es la que hace girar a la partícula, esto es podemos igualar el valor de la expresión de la fuerza de Lorentz al de la fuerza centrípeta:

$$m\frac{v^2}{R} = qvB \Rightarrow R = \frac{mv}{qB}$$

de la que se deduce que, en un mismo campo magnético y con la misma velocidad para las partículas, el radio será mayor a medida que más masiva y rápida sea la partícula, y menor cuanto mayor sea su carga y el campo.

b. Modificando la ecuación anterior:

$$R = \frac{mR\omega}{qB} \Rightarrow B = \frac{m_{p+}\omega_{p+}}{q_{p+}} = \frac{1{,}7 \cdot 10^{-27}\,\text{kg} \cdot 10^{6}\,\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{C}} = 1{,}06 \cdot 10^{-2}\,\text{T}$$

Para el electrón:

$$\omega_{e-} = \frac{q_{e-}B}{m_{e-}} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{C} \cdot 1{,}06 \cdot 10^{-2}\,\text{T}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\text{kg}} = 1{,}86 \cdot 10^{9}\,\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

4 **Un foco luminoso puntual está situado bajo la superficie de un estanque de agua.**

a. Un rayo de luz pasa del agua al aire con un ángulo de incidencia de 30º. Dibuje en un esquema los rayos incidente y refractado y calcule el ángulo de refracción.

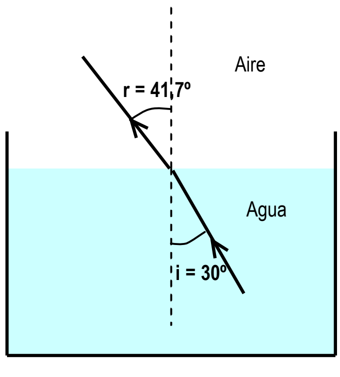
b. Explique qué es el ángulo límite y determine su valor para este caso.

$n_{aire} = 1$; $n_{agua} = 1{,}33$

a. Aplicando la Ley de Snell:

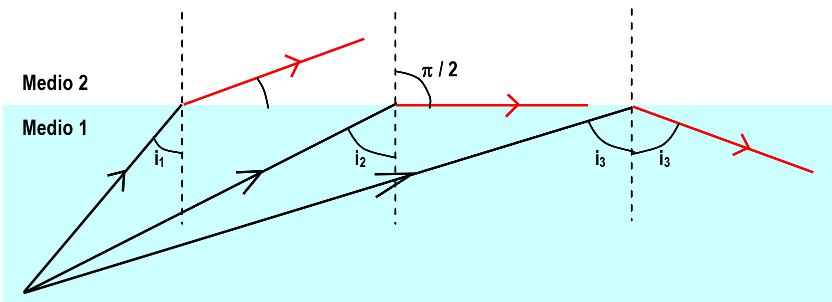
$$n_i \cdot \text{sen}\alpha_i = n_r \cdot \text{sen}\alpha_r$$

$$\text{sen}\alpha_r = \frac{n_i \cdot \text{sen}\alpha_i}{n_r} = \frac{1{,}33 \cdot \text{sen}\,30º}{1} = 0{,}665 \Rightarrow \alpha_r = 41{,}7º$$



b. El ángulo límite es aquel para el que el ángulo de refracción al segundo medio sea de 90º, lo que equivale a decir que el rayo no emerge a dicho medio. Esto sólo es posible cuando un rayo se dirige hacia un medio menos refringente que es cuando el rayo se aleja de la normal. A partir de este ángulo, es decir para ángulos mayores que este, se producirá la reflexión total, es decir el rayo se reflejará totalmente regresando de vuelta al medio del que tendía a escapar. Dicho ángulo vale en esta situación:

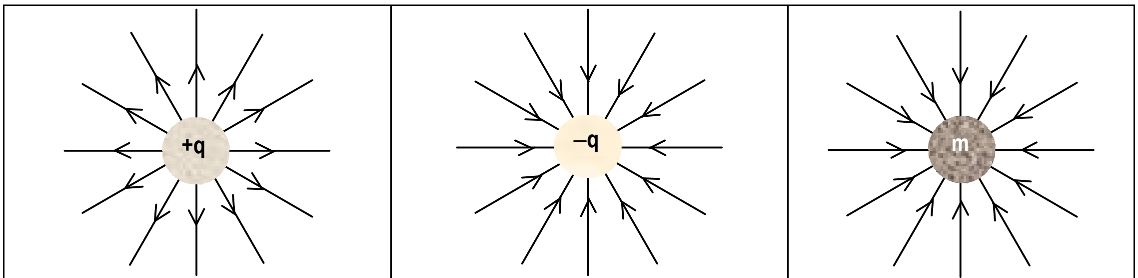
$$\text{sen}\alpha_i = \frac{n_r \cdot \text{sen}\alpha_r}{n_i} = \frac{1 \cdot \text{sen}\,90º}{1{,}33} = 0{,}752 \Rightarrow \alpha_i = 48{,}7º$$



1 **a. Explique las analogías y diferencias entre el campo eléctrico creado por una carga puntual y el campo gravitatorio creado por una masa puntual, en relación con su origen, intensidad relativa, dirección y sentido.**
b. ¿Puede anularse el campo gravitatorio y/o eléctrico en un punto del segmento que une a dos partículas cargadas? Razone la respuesta.

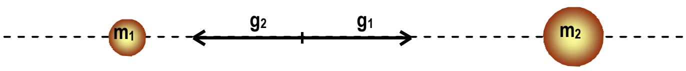
a. Las analogías y diferencias fundamentales son:

ANALOGÍAS	DIFERENCIAS
1. Ambos campos son centrales, las líneas de fuerza son radiales con centro en la carga o en la masa. 2. Ambos son conservativos, cada posición en ellos lleva asociado un potencial. 3. La intensidad de ambos es proporcional a la magnitud física que los crea: la masa en el gravitatorio y la carga en el electrostático e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia.	1. Las líneas de fuerza salen de la carga si ésta es positiva (fuente) y entran si es negativa (sumidero). En el caso de una masa siempre entran hacia la masa (sumidero). Ello implica que las fuerzas entre cargas puedan ser de atracción o de repulsión mientras que la existente entre masas siempre es de atracción. 2. El valor de la intensidad del campo depende del medio en que se encuentren las cargas a través de la constante dieléctrica, K. En el caso del campo gravitatorio, el medio no influye en la intensidad del campo ya que la constante G es universal. 3. Una masa en movimiento no genera ningún otro campo. Una carga que se mueva crea a su alrededor un campo magnético.

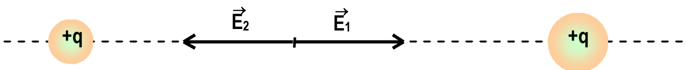


Campo eléctrico creado por una carga positiva | Campo eléctrico creado por una carga negativa | Campo gravitatorio creado por una masa

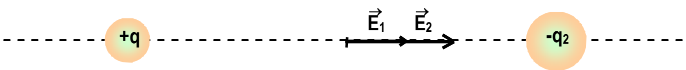
b. El gravitatorio sí ya que las intensidades de campo de las masas apuntarán en la misma dirección y sentido contrario. Para dos masas cualesquiera (si $m_2 > m_1$, por ejemplo, supondrá que dicho punto se ubicará más próximo a m_1):



En el electrostático, para que el campo se anule en un punto intermedio, las cargas han de tener el mismo signo, ya que de lo contrario las intensidades de campo tendrían el mismo sentido y se sumarían.
Para dos cargas positivas cualesquiera ($q_2 > q_1$, por ejemplo):



Para dos cargas, una positiva (q_1 por ejemplo) y otra negativa cualesquiera (q_2 por ejemplo):



2 **Cuando se ilumina un metal con un haz de luz monocromática se observa emisión fotoeléctrica.**
a. Explique, en términos energéticos, dicho proceso.
b. Si se varía la intensidad del haz que incide en el metal, manteniéndose constante la longitud de onda, ¿variará la velocidad máxima de los electrones emitidos? ¿Y el número de electrones emitidos por segundo? Razone las respuestas.

a. El fenómeno consiste en que al iluminar con determinadas radiaciones un metal, se produce la emisión instantánea de electrones. La explicación del fenómeno pasa por asumir una naturaleza corpuscular de la radiación, de manera que ésta estaría constituida por paquetes energéticos denominados fotones. Si sobre la superficie metálica inciden fotones de energía superior al trabajo de extracción (energía mínima para arrancar un electrón de la superficie de un metal), conseguirán arrancar electrones que escaparán con una energía cinética máxima equivalente a la energía excedente del fotón. Es decir:
Energía de un fotón absorbido = Trabajo de extracción + energía cinética del electrón emitido.

$$\text{Matemáticamente: } hf = hf_0 + \frac{1}{2} m_e v_e^2$$

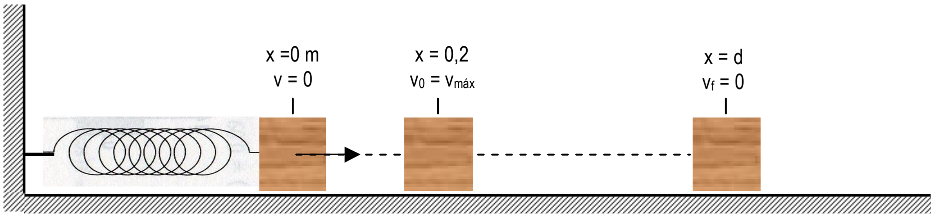
donde h es la constante de Planck, f es la frecuencia del fotón incidente y f_0 es la frecuencia umbral o frecuencia mínima del fotón para que ocurra la fotoemisión.

b. Aumentar la intensidad del haz no afecta a la energía de los fotones emitidos, que está relacionada con la frecuencia, solo cambia el número de fotones. En consecuencia, la energía los electrones emergentes, y por tanto su velocidad, no depende de la intensidad sino de su frecuencia (energía de los fotones individuales). Ahora bien, como incidirán mayor número de fotones sí que aumentará el número de electrones arrancados, lo que se detectará en la fotocélula como un aumento en la intensidad detectada por el amperímetro.

3 **Un bloque de 2 kg se encuentra sobre un plano horizontal, sujeto al extremo de un muelle de constante elástica $k = 1500\ N\ m^{-1}$, comprimido 20 cm. Se libera el resorte de manera que el cuerpo desliza sobre el plano, adosado al extremo del resorte hasta que éste alcanza la longitud de equilibrio, y luego continúa moviéndose por el plano. El coeficiente de rozamiento es 0,2.**

a. Explique las transformaciones energéticas que tienen lugar a lo largo del movimiento del bloque y calcule su velocidad cuando pase por la posición de equilibrio del resorte.

Determine la distancia recorrida por el bloque hasta detenerse. $g = 10\ m\ s^{-2}$



a. La energía potencial elástica que posee el muelle al estar comprimido se invierte en incrementar la energía cinética del bloque y en realizar trabajo para vencer las fuerzas de rozamiento (fase A). A partir de la posición de equilibrio del resorte, la energía cinética que el cuerpo posee se irá perdiendo, se invertirá en trabajo contra la fuerza de rozamiento hasta que el bloque quede en reposo (fase B):

Fase A:

$$E_{p\ elástica} + W_{rozamiento} = E_{c\ bloque}$$

$$\frac{1}{2}k(\Delta x)^2 + \mu mg \cdot d \cdot \cos\alpha = \frac{1}{2} m\ v^2_{máx}$$

$$v_{máx} = \sqrt{\frac{2\cdot\left(\frac{1}{2}k(\Delta x)^2 + \mu mg \cdot \Delta x \cdot \cos 180\right)}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot\left(\frac{1}{2}1500\ Nm^{-1}(0{,}2m)^2 + 0{,}2\cdot 2\ kg \cdot 10 ms^{-2}\cdot 0{,}2\ m\cdot(-1)\right)}{2\ kg}} = 5{,}40\ ms^{-1}$$

b. Ahora podemos utilizar la idea de que toda la $E_{p,e}$ inicial quedará finalmente disipada por el rozamiento:

$$E_{p,e} + W_{roz} = 0\ ;\quad \frac{1}{2}K\Delta x^2 + \mu mg \cdot d \cdot \cos\alpha = 0\ ;\quad d = -\frac{k\cdot\Delta x_0^2}{2\mu mg \cos 180} = -\frac{1500\ N\ m^{-1}\cdot(0{,}2m)^2}{2\cdot 0{,}2\cdot 2kg\cdot 10\ ms^{-2}\cdot(-1)} = 7{,}5\ m$$

4 **La ecuación de una onda mecánica que se propaga por una cuerda es:**

$y(x,t) = 0{,}08\cos(16t - 10x)$ (S.I.)

a. Determine el sentido de propagación de la onda, su amplitud, período, longitud de onda y velocidad de propagación.

b. Explique cómo se mueve a lo largo del tiempo un punto de la cuerda y calcule su velocidad máxima.

a. Todas estas características se pueden obtener comparando con la ecuación general de una onda:

- El signo menos indica que se propaga en el sentido positivo del eje X
- Su amplitud es 0,08 m.
- Su período se obtiene a partir de la pulsación, ω:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi\ rad}{16\ rad\ s^{-1}} = 0{,}39\ s$$

- La longitud de onda se calcula con el número de ondas, k:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi\ rad}{10\ rad\ m^{-1}} = 0{,}628\ m$$

- Con el período y la longitud de onda, se calcula la velocidad de propagación:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0{,}628\ m}{0{,}39\ s} = 1{,}61\ m\ s^{-1}$$

b. Si se trata de un punto fijo, o sea, un valor constante de x, la ecuación de onda queda con una sola variable, t:

$$y(t) = 0{,}08\cos(16t - 10x_0)$$

que constituye la ecuación de un M.A.S. (movimiento armónico simple), en el que la partícula de esa posición oscila en el tiempo de forma transversal a la dirección de propagación de la onda y a través de su posición de equilibrio que corresponde a A = 0. Su velocidad se calcula derivando la posición en "y" respecto al tiempo:

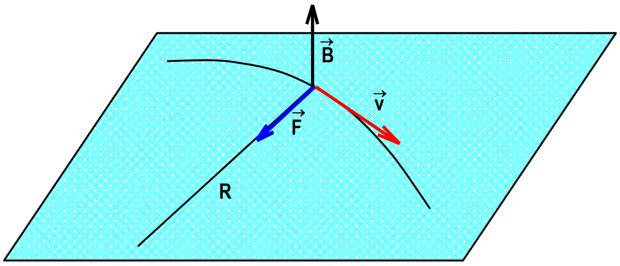
$$v = \frac{dy}{dt} = -16\cdot 0{,}08\ sen(16t - 10x_0)$$

que presentará un valor máximo para una fase múltiplo impar de $\pi/2$: $16t - 10x_0 = (2n+1)\pi/2$

cuando la velocidad será máxima, cuyo valor será: $v_{máx} = 0{,}08m \cdot 16s^{-1} = 1{,}28\ m\ s^{-1}$.

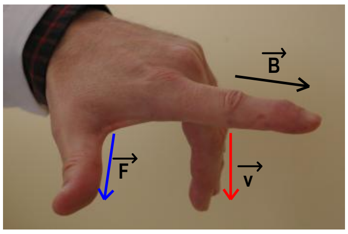
1
a. Explique el efecto de un campo magnético sobre una partícula cargada en movimiento.
b. Explique con ayuda de un esquema la dirección y el sentido de la fuerza que actúa sobre una partícula con carga positiva que se mueve paralelamente a una corriente eléctrica rectilínea. ¿Y si se mueve perpendicular al conductor, alejándose de él?

a. La Ley de Lorentz (Hendrik Antón Lorentz) establece que sobre una carga q, que se mueve en una región del espacio donde existe un campo magnético B, con velocidad v, perpendicular a la líneas de campo del campo, actúa una fuerza F que en todo momento es perpendicular a la velocidad y a la dirección del campo magnético y cuyo valor viene dado por la expresión:

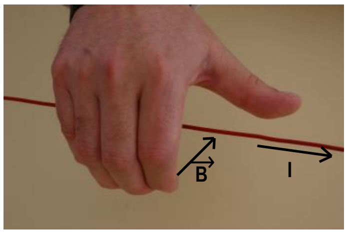


$$\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

El sentido de la fuerza será el del producto vectorial $\vec{v} \times \vec{B}$ que se puede averiguar fácilmente aplicando la regla del tornillo o de la mano izquierda.
Si la velocidad de la partícula y la intensidad de campo magnético permanecen constantes, la trayectoria de la partícula será una circunferencia cuyo radio será obtenido igualando la expresión de la fuerza de Lorentz a la fuerza centrípeta. Si la partícula está cargada negativamente, el sentido del campo será el contrario a lo explicado.

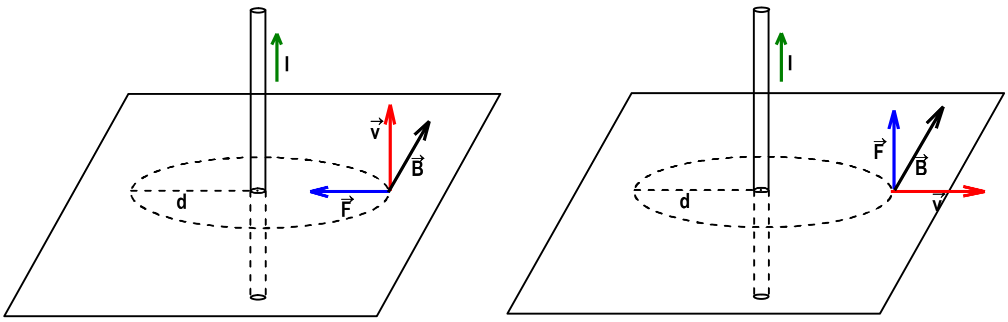


Regla de la mano izquierda

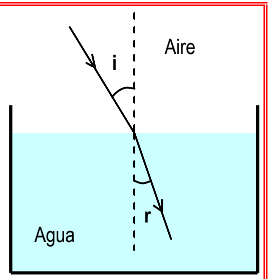


Regla de la mano derecha

b. Un conductor de corriente eléctrica crea a su alrededor un campo magnético cuyas líneas de fuerza son circunferencias con centro en el conductor y con sentido del campo dado por la regla derecha. Si en éste campo entra una partícula cargada con determinada velocidad, se verá sometida a una fuerza de Lorentz como la descrita anteriormente. Si se mueve paralelamente al conductor, la fuerza sea de atracción y la partícula se acercará a él. Si lo hace alejándose de él, la fuerza resultante será paralela al conductor como se indica en el esquema lo que provocará un giro en sentido antihorario, aunque la trayectoria no sería circular ya que la fuerza cambiará de valor, y con ello el radio de giro, según la partícula marche alejándose o acercándose al cable:



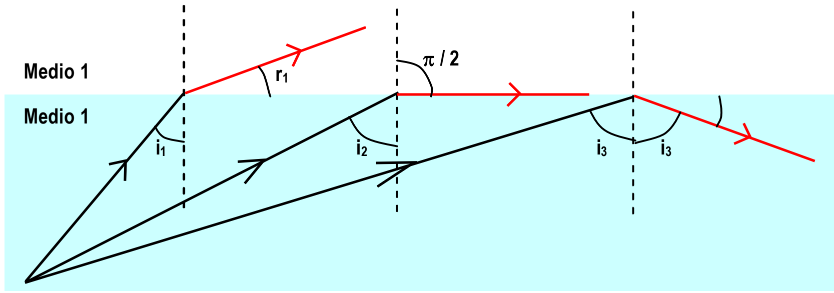
2
Razone las respuestas a la siguientes cuestiones:
a. Cuando un rayo pasa a un medio con mayor índice de refracción, ¿se acerca o se aleja de la normal?.
b. ¿Qué es el ángulo límite? ¿Existe este ángulo en la situación anterior?



a. Si un rayo pasa de un medio a otro de índice de refracción mayor, el rayo se acerca a la normal como se puede deducir de la Ley de Snell (Willebrord Snell van Royen):

$$n_i \cdot \mathrm{sen}\,\alpha_i = n_r \cdot \mathrm{sen}\,\alpha_r \Rightarrow \mathrm{sen}\,\alpha_r = \frac{n_i}{n_r} \cdot \mathrm{sen}\,\alpha_i \text{ . Si } n_r > n_i \Rightarrow \mathrm{sen}\,\alpha_r < \mathrm{sen}\,\alpha_i$$

b. El ángulo límite corresponde a aquel ángulo de incidencia para el cual, el ángulo de refracción vale 90º. Evidentemente, sólo habrá ángulo límite cuando se pase de un medio de mayor índice refracción a uno menor, ya que es el caso en el que la dirección del rayo se va separando de la normal una vez que se refracta. A partir de este ángulo se dice que ocurre la reflexión total. En este caso no habrá ángulo límite.

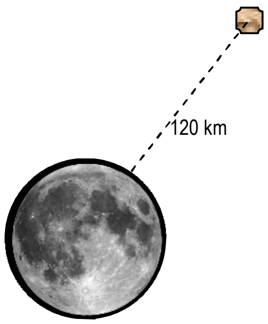


3 **Un satélite artificial de 500 kg orbita alrededor de la Luna a una altura de 120 km sobre su superficie y tarda 2 horas en dar una vuelta completa.**

a. Calcule la masa de la Luna, razonando el procedimiento seguido.

b. Determine la diferencia de energía potencial del satélite en órbita respecto de la que tendría en la superficie lunar.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m² kg⁻². R_{Luna} = 1740 km



a. La fuerza que obliga al satélite a orbitar alrededor de la Luna, la fuerza gravitatoria, es la fuerza centrípeta de este movimiento. Igualando ambas expresiones:

$$m \cdot \frac{v^2}{R} = G\frac{M_L m}{R^2}$$

Expresando v en función del período v = 2πR/T

$$m \cdot \frac{\left(\frac{2\pi R}{T}\right)^2}{R} = G\frac{M_L m}{R^2} \Rightarrow \frac{(2\pi)^2 R}{T^2} = G\frac{M_L}{R^2} \Rightarrow M_L = \frac{(2\pi)^2 R^3}{T^2 G} =$$

$$= \frac{(2\cdot\pi)^2 (1{,}74\cdot 10^6 \text{m} + 1{,}2\cdot 10^5 \text{ m})^3}{(7200 \text{ s})^2 \cdot 6{,}67\cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}} = 5{,}3\cdot 10^{26} \text{ kg}$$

b. Por definición:

$$\Delta E_p = E_{p(R)} - E_{p(0)} = -G\frac{M_L m}{R_L + h} - \left(-G\frac{M_L m}{R_L}\right) = GM_L m\left(\frac{1}{R_L} - \frac{1}{R_L + h}\right) =$$

$$= 6{,}67\cdot 10^{-11} \text{ N m}^2\text{kg}^{-2} \cdot 5{,}3\cdot 10^{26} \text{ kg} \cdot 500 \text{ kg} \left(\frac{1}{1{,}74\cdot 10^6 \text{ m}} - \frac{1}{1{,}86\cdot 10^6 \text{ m}}\right) = 6{,}6\cdot 10^{11} \text{ J}$$

4 **a. Calcule el defecto de masa de los núclidos $^{11}_{5}$B y $^{222}_{86}$Rn razone cuál de ellos es más estable.**

b. En la desintegración del núcleo $^{222}_{86}$Rn se emiten dos partículas alfa y una beta, obteniéndose un nuevo núcleo. Indíquese las características del núcleo resultante.

m_B = 11,009305 u ; m_{Rn} = 222,017574 ; m_p = 1,007825 u ; m_n = 1,008665 u.

a. El defecto de masa es la diferencia existente entre la suma de las masas de las partículas que componen el núcleo y la masa atómica real del núclido:

$$\Delta m = M_{\text{núclido}} - (Zm_p + Nm_n)$$

En el caso del boro y el radón:

$$\text{B-11:} \quad \Delta m_B = 11{,}009305 \text{ u} - (5\cdot 1{,}007825 \text{ u} + 6\cdot 1{,}008665 \text{ u}) = -0{,}081765 \text{ u}$$

$$\text{Rn-222:} \quad \Delta m_{Rn} = 222{,}017574 \text{ u} - (86\cdot 1{,}007825 \text{ u} + 136\cdot 1{,}008665 \text{ u}) = -1{,}83382 \text{ u}$$

Signos negativos en correspondencia con el déficit de masa. El núcleo más estable será el que posea mayor energía de enlace por nucleón (E/A), pero como esta es proporcional al defecto de masa, bastará dividir el defecto de masa en cada caso por el número de nucleones. Será mayor la energía de enlace en el de mayor cociente.

$$\frac{\Delta m_B}{\text{nucleón}} = \frac{-0{,}081765 \text{ u}}{11 \text{ nucleones}} = -0{,}007433 \text{ u/nucleón}$$

$$\frac{\Delta m_{Rn}}{\text{nucleón}} = \frac{-1{,}83382 \text{ u}}{222 \text{ nucleones}} = -0{,}008260 \text{ u/nucleón}$$

Será más estable, por tanto, el isótopo de ^{222}Rn.

b. Según la Ley de desplazamiento de Fredeick Soddy y Kasimir Fajans:

$$^{222}_{86}\text{Rn} \rightarrow {}^{4}_{2}\alpha + {}^{218}_{84}\text{Po} \quad ; \quad {}^{218}_{84}\text{Po} \rightarrow {}^{4}_{2}\alpha + {}^{214}_{82}\text{Pb} \quad ; \quad {}^{214}_{82}\text{Rn} \rightarrow {}^{0}_{-1}\beta + {}^{214}_{83}\text{Bi}$$

El nuevo núcleo será un isótopo del bismuto con 83 protones y 131 neutrones.

1

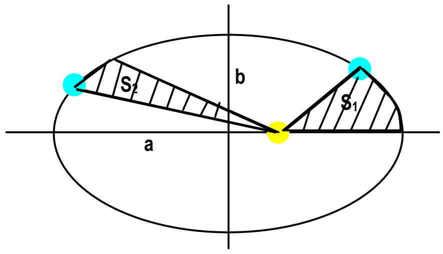
a. Enuncie las leyes de Kepler y razone si la velocidad de traslación de un planeta alrededor del sol es la misma en cualquier punto de su órbita.

b. Justifique si es verdadera o falsa la siguiente afirmación: la gravedad en la superficie de Venus es el 90% de la gravedad en la superficie de la Tierra y, en consecuencia, si midiésemos en Venus la constante de gravitación universal, G, el valor obtenido sería el 90% del medido en la Tierra".

a. Primera ley: los planetas describen órbitas elípticas estando el Sol en uno de sus focos.

Segunda ley: el vector posición de cualquier planeta respecto del Sol, barre áreas iguales de la elipse en tiempos iguales.

Se podría decir que esta ley es una consecuencia de la constancia del momento angular del planeta en su movimiento e implica que cuando el planeta está más alejado del Sol (afelio) su velocidad ha de ser menor que cuando esté más cercano (perihelio).



Tercera ley: los cuadrados de los periodos *P* de revolución son proporcionales a los cubos de los semiejes mayores de la elipse.

$$T^2 / a^3 = \text{cte}$$

b. Es falsa, G es constante universal siendo su valor $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m² kg⁻² en cualquier lugar del universo. Lo que valdría el 90 % del valor terrestre sería la aceleración gravitatoria, o sea, g, debido a que la masa y el radio de Venus son diferentes a los de la Tierra.

$$g_V = 0{,}9\ g_T$$

2 **Un movimiento armónico simple viene descrito por la ecuación**

$$x(t) = A\ \text{sen}\ (\omega t + \delta)$$

a. Escriba la velocidad y la aceleración de la partícula en función del tiempo y explique cómo varían a lo largo de una oscilación.

b. Deduzca las expresiones de la energía cinética y potencial en función de la posición explique sus cambios a lo largo de una oscilación.

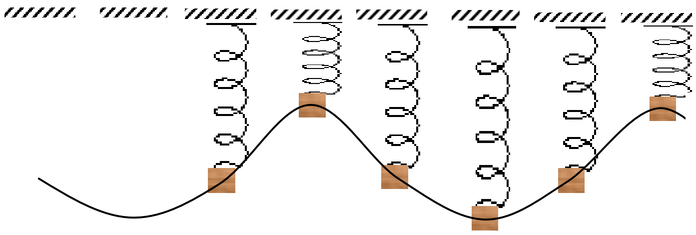
a. La velocidad se define como el ritmo con que cambia la posición en función del tiempo, esto es, como la derivada temporal de la posición. Por tanto, sólo hemos de derivar la posición, x, respecto al tiempo:

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \omega \cdot A\cos(\omega t + \delta) = \omega\sqrt{A^2\left[1\text{-sen}^2(\omega t + \delta)\right]} = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$$

y la de la aceleración es la que se obtiene al derivar la velocidad respecto al tiempo:

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -A \cdot \omega^2\ \text{sen}(\omega t + \delta) = -\omega^2 \cdot x$$

A lo largo de una oscilación, la elongación pasa por valores nulos (posición de equilibrio) hasta valores máximos en los extremos (figura), la velocidad, contrariamente, será máxima cuando la elongación sea nula y será nula en los puntos extremos, o sea, cuando la elongación es máxima. La aceleración tiene valores proporcionales y de sentido opuesto a la elongación ($-\omega^2 x$) presentando valores absolutos máximos en los de máxima elongación, es decir, aceleración y posición están en oposición de fase:



x	0	A	0	A	0
v	Aω	0	- Aω	0	Aω
a	0	- ω²A	0	ω²A	0

b. Su energía potencial es elástica que por definición es: $E_p = \frac{1}{2}kx^2$

y su energía cinética en función de la posición es:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - x^2) = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$$

de forma que la energía mecánica en cualquier momento es:

$$E_m = E_p + E_c = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}k(A^2 - x^2) = \frac{1}{2}kA^2$$

3 **Cuando una espira circular, situada en un campo magnético uniforme de 2 T, gira con velocidad angular constante en torno a uno de sus diámetros perpendicular al campo, la fuerza electromotriz inducida es:**

$$\varepsilon(t) = -10\ \text{sen}\ (20t) \qquad (\text{S.I.})$$

a. **Deduzca la expresión de la f.e.m. inducida en una espira que gira en las condiciones descritas y calcule el diámetro de la espira y su período de revolución.**
b. **Explique cómo variarán el período de revolución y la f.e.m. si la velocidad angular fuese la mitad.**

a. El flujo magnético que atraviesa una espira de superficie S en el interior de un campo magnético, B, es:

$$\Phi = \vec{B}\cdot\vec{S} = B\cdot S\cdot\cos\alpha$$

siendo α el ángulo que forman el vector campo magnético y el vector superficie asociado a la espira. Si la espira gira se produce una variación del flujo magnético a través de ella y, según la Ley de Faraday-Henry, aparece en la espira una fuerza electromotriz inducida que por sus efectos magnéticos crea un campo que se opone a la variación de flujo a su través:

$$\varepsilon_{\text{inducida}} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(B\cdot S\cdot\cos\alpha)}{dt}$$

Si la velocidad angular de la espira es ω, se puede expresar como:

$$\varepsilon_{\text{inducida}} = -\frac{d[B\cdot S\cdot\cos(\omega\,t)]}{dt} = B\cdot S\cdot\omega\cdot\text{sen}(\omega\,t)\quad (\text{Donde: } \varepsilon_{\text{máx}} = BS\omega)$$

Comparando, miembro a miembro, con la expresión suministrada para la f.e.m. se aprecia que el producto B · S · ω vale 10 V, y los valores de B y de ω se conocen: 2 T y 20 rad s^{-1} respectivamente, luego:

$$r= S = \frac{\varepsilon_{\text{máxima inducida}}}{B\cdot\omega} = \frac{10\ \text{V}}{2\ \text{T}\cdot 20\ \text{rad s}^{-1}} = 0{,}25\ \text{m}^2 \rightarrow d = 2r = 2\sqrt{\frac{S}{\pi}} = 2\sqrt{\frac{0{,}25m^2}{\pi}} = 0{,}56m$$

El período de revolución es: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi\ \text{rad}}{20\ \text{rad s}^{-1}} = 0{,}1\,\pi\ \text{s}$

b. Si la velocidad angular fuese la mitad, el período sería el doble ya que son inversos: si gira más despacio, tardará más en describir una revolución; T=0,2π s.
Por otro lado, se observa que la f.e.m es directamente proporcional a la velocidad angular. Por consiguiente si rota con la mitad de velocidad pasaría a ser, también, la mitad de la actual: 5 V.

4 **Un haz de electrones se acelera con una diferencia de potencial de 30 kV.**

a. **Determine la longitud de onda asociada a los electrones.**
b. **Se utiliza la misma diferencia de potencial para acelerar electrones y protones. Razone si la longitud de onda asociada a los electrones es mayor, menor o igual a la de los protones. ¿Y si los electrones y los protones tuviesen la misma velocidad?**

$e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg; $h = 6{,}6\cdot10^{-34}$ J s.

a. Según demostró Louis De Broglie, la longitud de onda asociada a una partícula de masa m que se mueve con velocidad v viene dada por: $\lambda = \frac{h}{mv}$

La energía potencial con que se aceleran los electrones se convierte en energía cinética con la que podemos calcular la velocidad con la que se moverán:

$$q_e V = \frac{1}{2} m_e v_e^2 \Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2q_e V}{m_e}}$$

Sustituyendo este valor de v en la expresión de De Broglie:

$$\lambda_e = \frac{h}{m_e\sqrt{\frac{2q_e V}{m_e}}} = \frac{h}{\sqrt{2m_e q_e V}} = \frac{6{,}6\cdot10^{-34}\ \text{J s}}{\sqrt{2\cdot 9{,}1\cdot10^{-31}\ \text{kg}\cdot1{,}6\cdot10^{-19}\ \text{C}\cdot 3\cdot10^4\ \text{V}}} = 7{,}1\cdot10^{-12}\ \text{m} = 7{,}1\ \text{pm}$$

b. En la expresión de arriba se puede comprobar que la longitud de onda asociada en inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la masa, de forma que si las partículas tienen la misma carga, como es el caso del protón y el electrón, y se aceleran con la misma diferencia de potencial, la longitud de onda asociada en el caso de los protones será menor por tener mayor masa.

$$\lambda_p = \frac{h}{m_p\sqrt{\frac{2q_p V}{m_p}}} = \frac{h}{\sqrt{2m_p q_p V}} = \frac{6{,}6\cdot10^{-34}\ \text{J s}}{\sqrt{2\cdot 1{,}67\cdot10^{-27}\ \text{kg}\cdot1{,}6\cdot10^{-19}\ \text{C}\cdot 3\cdot10^4\ \text{V}}} = 1{,}65\cdot10^{-13}\ \text{m} = 0{,}165\ \text{pm}$$

Si tiene la misma velocidad, sucede lo mismo que en el caso anterior

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

La longitud de onda asociada en el caso de dos partículas con la misma velocidad es inversamente proporcional a la masa, de forma que también será menor la longitud de onda asociada en el caso de los protones.