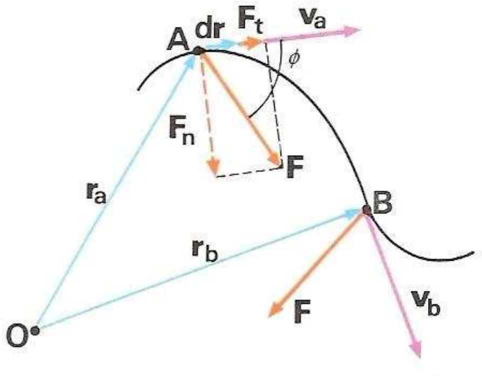
Introducción: definición de trabajo

El estudio del movimiento requiere, en primer lugar, tomar un sistema de referencia:



Obtener posiciones y desplazamientos del cuerpo, junto a su velocidad, aceleración y fuerza aplicada. Sin embargo, no basta con esto para tener un conocimiento completo del mismo, sino que es necesario conocer las manifestaciones energéticas que acompañan a este.

Por ello, en Física surge el concepto de trabajo, que tiene un significado distinto al dado en la vida cotidiana.

Se define el **TRABAJO** elemental realizado por una fuerza $\vec{F}$, al desplazar su punto de aplicación un pequeño trayecto $d\vec{r}$, al producto escalar de la fuerza por el camino recorrido:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F \cdot dr \cdot \cos\phi$$

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int F \cdot \cos\phi \cdot dr$$

O bien, expresando $\vec{F}$ y $d\vec{r}$ a partir de sus componentes, el trabajo viene dado por la ecuación:

$$W = \int F_x \cdot dx + \int F_y \cdot dy + \int F_z \cdot dz$$

En el caso de que la fuerza aplicada sea constante, el trabajo toma la forma:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot \Delta s \cdot \cos\phi$$

Dimensiones del trabajo: $W = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$

"La unidad del trabajo se define como el trabajo que realiza la unidad de fuerza al desplazar su punto de aplicación la unidad de longitud a lo largo de su línea de acción."

En el S.I. el Joule es: 1 Joule = 1 Newton·1 metro.

Por la definición dada anteriormente, la realización de trabajo en un cuerpo requiere:

1) Existencia de movimiento, que exista un desplazamiento.

2) La fuerza aplicada y el vector desplazamiento deben formar un ángulo distinto a 90º:
   dW = F·dr·cos 90º = 0.
   Siendo el trabajo máximo cuando $\phi = 0º$ ==> dW = F·dr (área bajo la curva al representarla)

Potencia

Una vez llegado aquí nos hemos de hacer la pregunta: de dos fuerzas que realizan el mismo trabajo, ¿cuál será más eficaz? Evidentemente, la que lo realice en menos tiempo. Al introducir el tiempo en la producción de trabajo, aparece la necesidad de introducir una nueva magnitud física, la **potencia** o trabajo efectuado por una fuerza en la unidad de tiempo:

$$P = \frac{dW}{dt}$$

Como $dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$ ==> $P = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$ $\begin{cases} P = 0 \quad si \quad \vec{F} \perp \vec{v} \\ \\ P_{máx} \quad si \quad \vec{F} \Downarrow \vec{v} \end{cases}$

La unidad de potencia será la efectuada por una máquina que suministre la unidad de trabajo en la unidad de tiempo. En el S.I. es el watio: 1 watio = 1 Joule·1 s^{-2}.

Teorema de las fuerzas vivas: trabajo y energía cinética

Todo fenómeno físico da lugar a una alteración en el sistema en que se verifica: cambio de posición, variación de sus propiedades, constitución o estado. Dicha alteración requiere la presencia de trabajo.

Los cuerpos, pues, poseen cierta capacidad para poder realizar un trabajo, ya sea por su constitución, posición o por su movimiento. A dicha capacidad se le denomina **ENERGÍA.**

La energía que posee un cuerpo debido a su estado de movimiento recibe el nombre de **ENERGÍA CINÉTICA**.

Supongamos un cuerpo en reposo, y le comunicamos una fuerza constante $\vec{F}$ durante un tiempo dt, consiguiendo el cuerpo un m.r.u.a. con aceleración $\vec{a}$, hasta que alcanza la velocidad $\vec{v}$. La energía cinética se calcula a través del trabajo aplicado al cuerpo:

$$T = W_1^2 = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_1^2 m \cdot \vec{a} \cdot d\vec{r} = m \int_1^2 \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{r} = \int_0^{\vec{v}} m \cdot \vec{v} \cdot d\vec{v}$$

Si inicialmente el cuerpo poseía una velocidad $\vec{v}_0$ y finalmente su velocidad es $\vec{v}$, entonces sobre este se ha aplicado el trabajo:

$$W_1^2 = \int_{\vec{v}_0}^{\vec{v}} m \cdot \vec{v} \cdot d\vec{v} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2$$

$$W_1^2 = T - T_0 = \Delta T$$

Este es el teorema de las fuerzas vivas: "El trabajo comunicado a un sistema físico se invierte en variar su **energía cinética**."

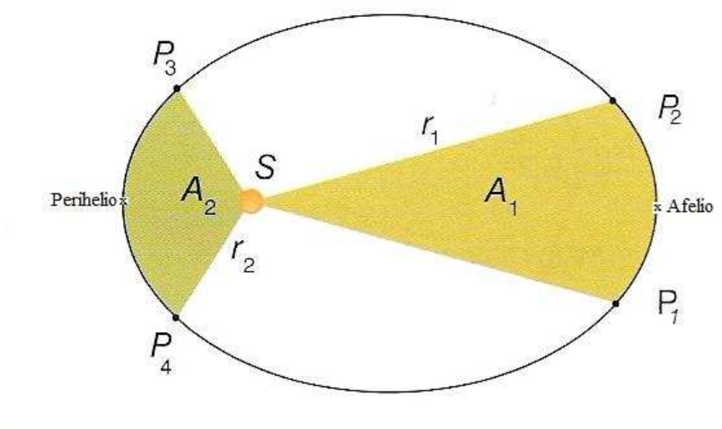
Teoría de la Gravitación Universal

Antes de los estudios de **Newton** se tenía la falsa idea que el peso de los cuerpos era alguna propiedad peculiar de la materia.

Newton, basándose en las **leyes de Kepler** y en la **mecánica de Galileo**, logró obtener la "**ley de Gravitación Universal**", que expresa la fuerza con que se atraen dos masas entre sí. Las **leyes de Kepler** explican el verdadero movimiento de los astros (visión de **Copérnico**):

1ª ley de Kepler: todos los planetas describen órbitas elípticas alrededor del Sol, ocupando este uno de los focos de la elipse.

2ª ley de Kepler: el radio vector que une el centro del Sol con el centro de un planeta barre áreas iguales en tiempos iguales, es decir, la velocidad areolar es constante.

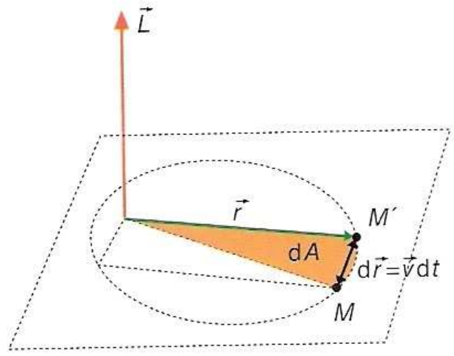


$$v_S = \frac{\Delta A}{\Delta t} \left\{ \quad \Delta A \equiv \text{ área barrida} \right.$$

El planeta irá más deprisa en el perihelio que en el afelio:

$$A_1 = A_2 \Longrightarrow \boxed{v_1 \cdot r_1 = v_2 \cdot r_2}$$

Que la velocidad areolar sea constante lleva consigo la siguiente implicación:



$$dA = \frac{1}{2} \cdot |\vec{r} \times d\vec{r}| = \frac{1}{2} \cdot |\vec{r} \times \vec{v} \cdot dt| = \frac{1}{2} \cdot |\vec{r} \times \vec{v}| \cdot dt$$

$$|\vec{L}| = |\vec{r} \times \vec{p}| = |\vec{r} \times m \cdot \vec{v}| = m|\vec{r} \times \vec{v}| \Longrightarrow |\vec{r} \times \vec{v}| = \frac{|\vec{L}|}{m}$$

$$v_s = \frac{dA}{dt} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{|\vec{L}|}{m} \cdot dt}{dt} \Longrightarrow \boxed{v_s = \frac{|\vec{L}|}{2m}}$$

El momento angular $\vec{L}$ se relaciona con el momento del par de fuerzas $\vec{M}$, que provoca que un cuerpo gire respecto a un determinado punto (eje):

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

Mientras que $\vec{M}$ se define como: $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \Longrightarrow |\vec{M}| = |\vec{r}| \cdot |\vec{F}| \cdot sen\phi$

Si la velocidad areolar (v_s) es constante, también lo es el momento angular (L) (como indica la relación del recuadro). Por lo cual, su variación es cero, por lo que el momento del par de fuerzas es también cero. Como r y F no pueden ser cero, sólo lo puede ser $sen\phi$. Que ocurre cuando $\phi = 0$º, o bien, $\phi = 180$º.

Es decir, esto nos dice que la fuerza aplicada y el vector de posición son paralelos. Por lo que nos encontramos con el caso de **fuerzas centrales**.

3ª ley de Kepler: los cuadrados de los tiempos T_1 y T_2 (periodos) empleados por dos planetas en sus revoluciones alrededor del mismo astro son proporcionales a los cubos de los semiejes mayores, r_1 y r_2, de las elipses que describen en sus órbitas.

$$\boxed{\frac{T_1^{\,2}}{r_1^{\,3}} = \frac{T_2^{\,2}}{r_2^{\,3}}}$$

Como se conoce T y r en el caso de La Tierra, conocido T’ de otro planeta (de fácil determinación) podremos conocer la distancia de este otro planeta al Sol.

Newton dedujo que la única fuerza que interviene entre un determinado planeta y el Sol es la fuerza gravitatoria, que hace de fuerza centrípeta (pues el planeta gira alrededor del Sol, y en cualquier giro aparece esta fuerza). Teniendo en cuenta este hecho, dedujo su ley de **Gravitación Universal**:

$$\boxed{F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}}$$

La fuerza con que se atraen dos cuerpos es directamente proporcional a sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa.

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$$

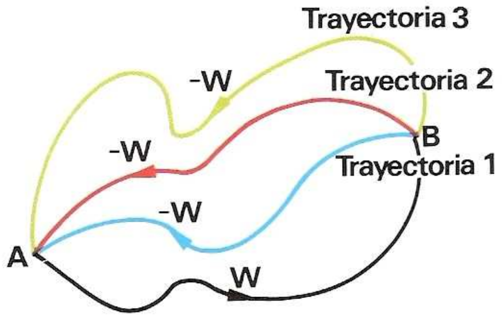
Fuerzas conservativas. Energía potencial en un punto

Acabamos de ver la interacción entre dos cuerpos desde el punto de vista dinámico, de las fuerzas. Pero también es necesario conocer esta desde el punto de vista energético.

Las fuerzas que actúan sobre un sistema físico pueden ser **conservativas** y **no conservativas**:

1) **<u>Fuerzas conservativas</u>**.

Hablamos de fuerzas conservativas cuando el trabajo realizado por las fuerzas del campo no depende del camino seguido, o bien, cuando el trabajo realizado por las fuerzas del campo en un recorrido cerrado es cero.



$$W_A{}^B(1) = W_A{}^B(2) = W_A{}^B(3) = \ldots$$

Matemáticamente se expresa este hecho mediante la ecuación:

$$\oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$$

La ecuación anterior me indica: "cuando la **circulación del vector fuerza** es cero, esta **es conservativa**."

Si el trabajo realizado no depende del camino seguido, sino de los puntos inicial y final, entonces debe existir una función que solo dependa de la posición. **Esta es la energía potencial (U)**.

$$W_A^B = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = U_A - U_B = -(U_B - U_A) = -\Delta U$$

El signo negativo es necesario para que el trabajo sea positivo cuando sea realizado por el campo, y negativo cuando lo realicemos en contra del campo.

a) **Campo gravitatorio**. Veamos que expresión toma la energía potencial en el caso del campo gravitatorio (central y conservativo):

$$W_\infty^B = \int_\infty^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_\infty^B G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot d\vec{r} = G \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot \int_\infty^B \frac{dr}{r} = G \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot \left[\frac{1}{r}\right]_\infty^B$$

$$W_\infty^B = G \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{\infty}\right) = -(U_B - U_\infty) \quad \begin{cases} -U_B = G \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot \dfrac{1}{r_B} \implies U_B = -G \cdot \dfrac{m_1 \cdot m_2}{r} \\ \\ U_\infty = G \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot \dfrac{1}{\infty} \implies U_\infty = 0\ J \end{cases}$$

Por tanto, la función energía potencial se expresa por la expresión matemática:

$$\boxed{U(r) = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r}}$$

La energía potencial gravitatoria que posee un cuerpo es la capacidad que posee dicho cuerpo para realizar trabajo debido a la posición que ocupa en el interior de dicho campo.

b) **Fuerzas elásticas**. Propia de los cuerpos elásticos, es decir, aquellos que vuelven a su posición inicial tras desaparecer la fuerza que causó su deformación. En estos rigen la ley de Hooke:

$$F = -k \cdot x$$

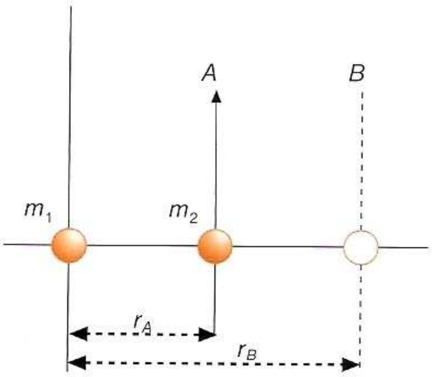
El trabajo realizado por dicha fuerza será:

$$W_0^f = \int_{x_0}^{x} F \cdot dx = \int_{x_0}^{x} -k \cdot x \cdot dx = -k \cdot \int_{x_0}^{x} x \cdot dx = -k \cdot \left[\frac{x^2}{2}\right]_{x_0}^{x} = -\frac{1}{2} \cdot (k \cdot x^2 - k \cdot {x_0}^2)$$

2) **Fuerzas no conservativas.**
En este caso, el trabajo para ir de un punto a otro del campo depende del camino, y por supuesto, el trabajo en una transformación cerrada no es cero.
Ejemplo: cuando existe fuerza de rozamiento.

Energía potencial gravitatoria creada por dos masas puntuales

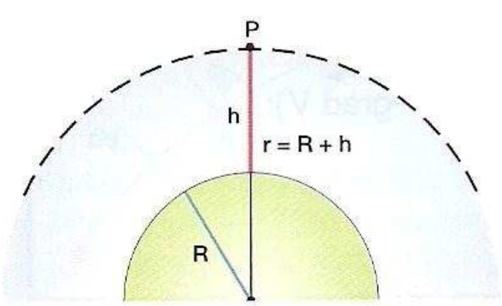
Supongamos 2 masas puntuales de masas m_1 y m_2. Fijamos la primera, y la segunda se desplaza desde un punto A hasta otro B. ¿Qué variación de energía potencial se produce en el sistema en esta transformación?



$$\Delta U = U(B) - U(A) = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r_B} - \left(-G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r_A}\right)$$

$$\boxed{\Delta U = -G \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)}$$

Si uno de estos cuerpos fuese La Tierra, y el otro se desplazará desde la superficie de esta hasta una altura h sobre ella, la expresión que obtenemos sería:



$$\Delta U = G \cdot M \cdot m \cdot \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right) = G \cdot M \cdot m \cdot \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+h}\right)$$

$$\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+h}\right) = \frac{R+h-R}{R \cdot (R+h)} = \frac{h}{R \cdot (R+h)}$$

$$\boxed{\Delta U = \frac{G \cdot M \cdot m}{R^2} \cdot \frac{R^2 \cdot h}{R \cdot (R+h)} = g_0 \cdot m \cdot \frac{R \cdot h}{R+h}}$$

Donde g_0 es el valor de la gravedad (del campo gravitatorio) a nivel del mar: $g_0 = 9{,}8 \frac{N}{kg}$

Si h es muy pequeña, frente al radio R de La Tierra, entonces $R + h \cong R$, por lo que ΔU quedaría:

$$\Delta U = g_0 \cdot m \cdot \frac{R \cdot h}{R} = m \cdot g_0 \cdot h$$

Que es la energía potencial que has estudiado hasta el presente curso, pero es un caso particular.

Principio de conservación de la energía

1) **Fuerzas conservativas.**
   En un sistema sometido solamente a fuerzas conservativas, la **energía mecánica** del mismo se conserva, entendiendo por energía mecánica la suma de la energía cinética y la potencial:

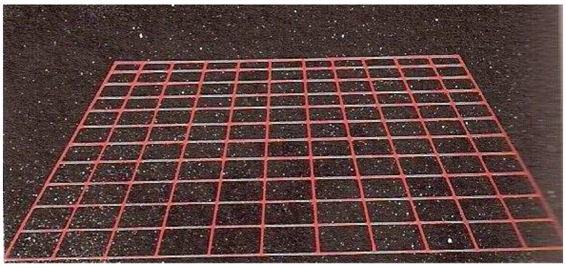
$$\boxed{T_o + U_0 = T + U}$$

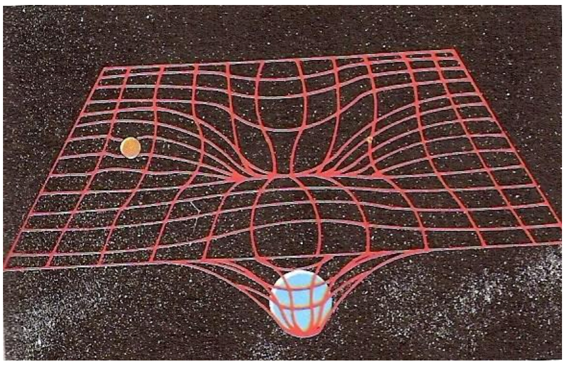
2) **Fuerzas no conservativas.**
   En este caso se conserva la **energía total** del sistema, entendiéndose que en esa energía total tenemos que considerar la energía perdida por rozamiento, que generalmente se transformará en energía térmica. La energía total (E_T) de un sistema físico ni se crea, ni se destruye, sino se transforma.

$$T_o + U_0 = T + U + Q$$

Siendo Q el calor producido por la fuerza de rozamiento: $Q = -W_{F_r} = F_r \cdot \Delta s$

Campo de fuerzas. Magnitudes características





Se dice que en una región del espacio existe un **campo de fuerzas**, cuando por el hecho de situar un cuerpo en cualquiera de sus puntos, instantáneamente aparece sometido a una fuerza.

Este viene caracterizado por dos magnitudes físicas: la **intensidad de campo** (magnitud vectorial) y el **potencial** (magnitud escalar), las cuales no dependen de la masa (carga u otra magnitud activa) que coloquemos dentro del campo considerado.

La **intensidad de campo** en un punto de un campo gravitatorio es la fuerza que actúa sobre la unidad de masa situada en dicho punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{m \cdot \vec{g}}{m} = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2 \cdot m} \cdot \vec{u}_{\vec{r}} \equiv> \qquad [g] = \frac{N}{kg}$$

$$\boxed{\vec{g} = -G \cdot \frac{M}{r^2} \cdot \vec{u}_{\vec{r}}}$$

El signo negativo indica que el campo gravitatorio es siempre **atractivo**: dos masas siempre se atraen, nunca se ha observado que estas se repelan.

El **potencial** en un punto de un campo de fuerzas gravitatorio es la energía potencial que poseería la unidad de masa situada en dicho punto:

$$\boxed{V = \frac{U}{m} = -G \cdot \frac{M}{r}} \qquad [V] = \frac{Joules}{kg}$$

La intensidad de campo $\vec{E}$ es una magnitud vectorial, el potencial V es una magnitud escalar. ¿Existe alguna relación entre ambas magnitudes?

$$W_A^B = U_A - U_B = m \cdot V_A - m \cdot V_B = m \cdot (V_A - V_B) = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$$

$$V_B - V_A = -\frac{\vec{F}}{m} \cdot \Delta\vec{r} = -\vec{E} \cdot \Delta\vec{r} \;\equiv> \; \Delta V = -\vec{E} \cdot \Delta\vec{r}$$

Si despejamos $\vec{E}$ en la expresión anterior, obtenemos:

$$\vec{E} = -\frac{\Delta V}{\Delta\vec{r}} \;\; ==> \;\; \vec{E} = -\frac{dV}{d\vec{r}} = -\overrightarrow{grad}V = -\vec{\nabla}V \;\; ==> \;\; \vec{E} = -\left(\frac{dV}{dx} \cdot \vec{i} + \frac{dV}{dy} \cdot \vec{j} + \frac{dV}{dz} \cdot \vec{k}\right)$$

Cuando nos encontramos con un campo conservativo, como es el caso del campo eléctrico, existe necesariamente una relación tipo **gradiente** entre el potencial (V) y el campo ($\vec{E}$).

La misma relación existe entre la fuerza ($\vec{F}$) que ejerce el campo sobre un cuerpo en un punto del mismo y la energía potencial (U) que posee el cuerpo en dicho punto:

$$\Delta U = -\vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$$

¿Qué ocurre si el campo gravitatorio (eléctrico…) es creado por más de una masa (carga)?
En este caso, la intensidad del campo gravitatorio (eléctrico…) en un punto del campo es la suma de las intensidades creadas por cada masa (carga) en dicho punto, pero **¡¡¡cuidado!!!** la intensidad de campo es una magnitud vectorial:

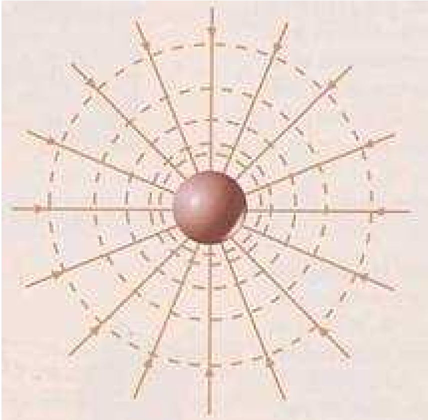
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots$$

En cuanto al potencial en un punto del campo eléctrico, también es la suma de los potenciales de cada carga en dicho punto:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \ldots$$

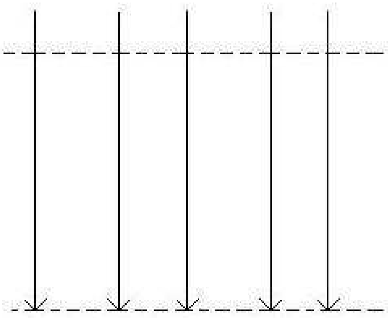
Forma gráfica de representar un campo de fuerzas

Los campos de fuerzas se representan mediante las **líneas de fuerzas** (representan el campo $\vec{E}$) y las llamadas **superficies equipotenciales** (representan el valor del potencial en cada punto):



Líneas de fuerza (líneas continuas)**.** Líneas tangentes en todos sus puntos a los vectores fuerza del campo en dichos puntos. No pueden cortarse, porque si lo hacen, en el punto de corte habría dos valores distintos de las fuerzas (en contra de la definición de campo).

Superficies equipotenciales (líneas discontinuas, en realidad son superficies esféricas)**.** Son superficies formadas por puntos con igual valor del potencial.



Las líneas de fuerza y las superficies equipotenciales son perpendiculares entre sí.

El vector gradiente de V es paralelo y de sentido contrario al campo $\vec{E}$, por lo que en el caso del campo gravitatorio (atractivo) el sentido de $\vec{\nabla} V$ es de menos a más potencial.

Tanto las líneas de fuerza como las superficies equipotenciales nos dan una idea de la intensidad del campo, así, el campo es más intenso en aquellas zonas en las que las líneas de fuerza y superficies equipotenciales estén más próximas:

$\vec{E} \quad < \quad \vec{E}'$ $\qquad\qquad\qquad$ $V \quad < \quad V'$

Campo gravitatorio terrestre

Habíamos obtenido anteriormente la expresión del campo gravitatorio en un punto:

$$\boxed{\vec{g} = -G \cdot \frac{M}{r^2} \cdot \vec{u}_{\vec{r}}}$$

Veamos que valores puede tomar este en el caso de La Tierra:

1) En el **interior de La Tierra**.
   Se requiere la aplicación del teorema de Gauss, mediante la utilización del concepto de flujo, se llega a la conclusión:

$$g = G \cdot \frac{M}{R^3} \cdot r = \frac{G \cdot M}{R^2} \cdot \frac{r}{R} \implies \boxed{g = \frac{g_0}{R} \cdot r}$$

$g_0 = 9{,}8\, m/s^2$ (gravedad a nivel del mar)
R es el radio de La Tierra
r es la distancia del punto al centro de La Tierra

2) En la **superficie de La Tierra**.
   $g = g_0 = 9{,}8\, m/s^2$. Este, sin embargo, es un valor promedio. Ya que este varía con la latitud (debido a su rotación) y a su achatamiento en los polos (no es exactamente esférica).

3) En el **exterior de La Tierra**.

$$g = G \cdot \frac{M}{r^2} = G \cdot \frac{M}{(R+h)^2} = \frac{G \cdot M}{R^2} \cdot \frac{R^2}{(R+h)^2} \implies \boxed{g = g_0 \cdot \frac{R^2}{(R+h)^2}}$$

Trabajamos con el módulo de $\vec{g}$, no podemos olvidarnos que el vector lleva siempre un signo negativo.

De lo visto en esta sesión tenemos que deducir que si bien la masa de un cuerpo (cantidad de materia que lo forma) no varía según el lugar en donde se coloque, si que lo hace su peso:

$$\boxed{\vec{P} = m \cdot \vec{g}}$$

Al variar g con la posición que ocupa el cuerpo, también lo hace el peso P.

Movimiento de los satélites artificiales

Un cuerpo que gira alrededor de La Tierra está sometido a la acción de una fuerza gravitatoria, vista anteriormente, que hace las veces de fuerza centrípeta:

$$G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} = m \cdot \frac{v^2}{r} \implies \boxed{v = \sqrt{G \cdot \frac{M}{r}}}$$

Velocidad (mínima) que debe llevar un satélite para que no caiga sobre La Tierra.

Pero, ¿cuál es su periodo de revolución?

$$\left.\begin{array}{l} T = \dfrac{2\pi}{\omega} \\ v = \omega \cdot r \end{array}\right\} T = \frac{2 \cdot \pi}{v} \cdot r \implies T^2 = \frac{4 \cdot \pi^2}{v^2} \cdot r^2 \implies \boxed{T^2 = \frac{4 \cdot \pi^2}{G \cdot M} \cdot r^3}$$

3ª ley de Kepler

¿y cuanto vale la energía del satélite?

$$E = T + U = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \left(-G \cdot \frac{M \cdot m}{r} \right)$$

El satélite posee energía cinética y energía potencial.

En el apartado anterior vimos que la velocidad del satélite toma el valor: $\boxed{v = \sqrt{G \cdot \frac{M}{r}}}$

Que sustituida en la expresión de la energía da lugar a:

$$E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{G \cdot M}{r} + \left(-G \cdot \frac{M \cdot m}{r} \right) \quad ==> \quad \boxed{E = -\frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{M \cdot m}{r}}$$

Velocidad de escape de un cohete

Cualquier cuerpo que quiera abandonar la superficie terrestre tendrá que adquirir una velocidad tal que su energía cinética supere a la energía potencial que tendría dicho cuerpo por estar colocado sobre la superficie terrestre:

Energía del cuerpo en la superficie terrestre	Energía del cuerpo fuera del campo terrestre
$T_0 + U_0$	$T + U$

$$T_0 + U_0 = T + U$$

U es cero, pues la energía potencial del cuerpo fuera de la acción del campo gravitatorio terrestre es nulo.

La velocidad de escape es la mínima que debe llevar el cohete para salir fuera del campo, aunque una vez realizado ello el cohete se quede sin velocidad. Es decir, T también es cero.

$$T_0 + U_0 = 0 \quad ==> \quad \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \left(-G \cdot \frac{M \cdot m}{R} \right) = 0 \quad ==> \quad v_{escape} = \sqrt{2 \cdot \frac{G \cdot M}{R}} = 11{,}3\, km/s$$