UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2012-2013

FÍSICA

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Debe desarrollar las cuestiones y problemas de una de las dos opciones.
c) Puede utilizar calculadora no programable, ni gráfica ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
d) Cada cuestión o problema se calificará entre 0 y 2,5 puntos (1,25 puntos cada uno de sus apartados).

OPCION A

1. a) Explique las características del campo magnético creado por una corriente eléctrica rectilínea indefinida.
b) Por dos conductores rectilíneos, paralelos y de longitud infinita, circulan corrientes de la misma intensidad y sentido. Dibuje un esquema indicando la dirección y sentido del campo magnético debido a cada corriente y del campo magnético total en el punto medio de un segmento que une a los dos conductores. Razone cómo cambiaría la situación al duplicar una de las intensidades y cambiar su sentido.

2. a) Explique el significado de las magnitudes que aparecen en la ecuación de un movimiento armónico simple e indique cuáles son sus respectivas unidades en el Sistema Internacional.
b) Demuestre que en un oscilador armónico simple la aceleración es proporcional al desplazamiento de la posición de equilibrio pero de sentido contrario.

3. Un bloque de 5 kg se desliza con velocidad constante por una superficie horizontal rugosa al aplicarle una fuerza de 20 N en una dirección que forma un ángulo de 60º con la horizontal.
a) Dibuje en un esquema todas las fuerzas que actúan sobre el bloque, indique el valor de cada una de ellas y calcule el coeficiente de rozamiento del bloque con la superficie.
b) Determine el trabajo total de las fuerzas que actúan sobre el bloque cuando se desplaza 2 m y comente el resultado obtenido. $g = 9{,}8\ m\ s^{-2}$

4. En las estrellas de núcleos calientes predominan las fusiones del denominado ciclo del carbono, cuyo último paso consiste en la fusión de un protón con ${}^{15}_{7}N$ para dar ${}^{12}_{6}C$ y un núcleo de helio .
a) Escriba la reacción nuclear.
b) Determine la energía necesaria para formar 1 kg de ${}^{12}_{6}C$.
$c = 3 \cdot 10^{8}\ m\ s^{-1}$; $m({}^{1}_{1}H) = 1{,}007825\ u$; $m({}^{15}_{7}N) = 15{,}000108\ u$; $m({}^{12}_{6}C) = 12{,}000000\ u$;
$m({}^{4}_{2}He) = 1{,}007825\ u$; $u = 1{,}7 \cdot 10^{-27}\ kg$

OPCION B

1. a) Explique qué es la velocidad orbital y deduzca su expresión para un satélite que describa una órbita circular en torno a la Tierra.
b) Dos satélites A y B de distintas masas ($m_A > m_B$) describen órbitas circulares de idéntico radio alrededor de la Tierra. Razone la relación que guardan sus respectivas velocidades y sus energías potenciales.

2. a) Enuncie la ley de desintegración radiactiva y enumere las magnitudes que intervienen en su expresión.
b) Considere dos muestras de dos isótopos radiactivos. Si el periodo de semidesintegración de una es el doble que el de la otra, razone cómo cambia la relación entre las actividades de ambas muestras en función del tiempo.

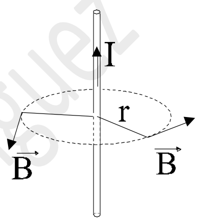
3. Una partícula α se acelera desde el reposo mediante una diferencia de potencial de $5 \cdot 10^{3}$ V y, a continuación, penetra en un campo magnético de 0,25 T perpendicular a su velocidad.
a) Dibuje en un esquema la trayectoria de la partícula y calcule la velocidad con que penetra en el campo magnético.
b) Calcule el radio de la circunferencia que describe tras penetrar en el campo magnético.
$m_\alpha = 6{,}7 \cdot 10^{-27}$ kg ; $q_\alpha = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$C;

4. Un haz compuesto por luces de colores rojo y azul incide desde el aire sobre una de las caras de un prisma de vidrio con un ángulo de incidencia de 40º.
a) Dibuje la trayectoria de los rayos en el aire y tras penetrar en el prisma y calcule el ángulo que forman entre sí los rayos en el interior del prisma si los índices de refracción son $n_{rojo} = 1{,}612$ para el rojo y $n_{azul} = 1{,}671$ para el azul, respectivamente.
b) Si la frecuencia de la luz roja es de $4{,}2 \cdot 10^{14}$ Hz, calcule su longitud de onda dentro del prisma.
$c = 3 \cdot 10^{8}\ m\ s^{-1}$; $n_{aire} = 1$

OPCIÓN A:

1. a) Explique las características del campo magnético creado por una corriente rectilínea e indefinida.
b) Por dos conductores rectilíneos, paralelos y de longitud infinita, circulan corrientes de la misma intensidad y sentido. Dibuje un esquema indicando la dirección y sentido del campo magnético debido a cada corriente y del campo magnético total en el punto medio de un segmento que une a los dos conductores. Razone cómo cambiaría la situación al duplicar una de las intensidades y cambiar su sentido.

a) Un conductor rectilíneo por el que circula corriente eléctrica de intensidad I crea a su alrededor un campo magnético debido al movimiento de las cargas eléctricas. Dicho campo $\vec{B}$ tiene como características:

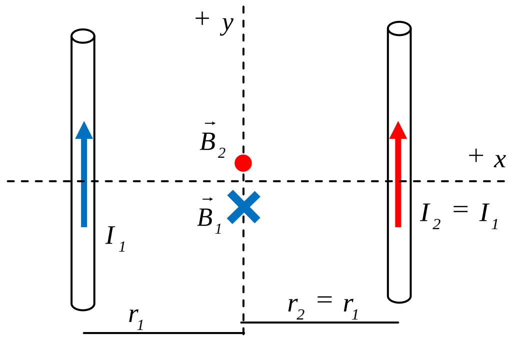


Su módulo viene dado por $B = \frac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot r}$ (aplicando la ley de Ampère o la de Biot-Savart)

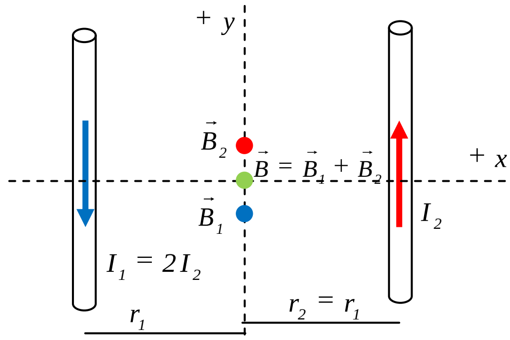
Dirección: Perpendicular al movimiento de las cargas eléctricas (corriente)
Perpendicular al vector $\vec{r}$ (distancia desde la corriente al punto considerado)

Sentido: Dado por la regla del sacacorchos (o de la mano derecha) al girar el sentido de la corriente sobre el vector $\vec{r}$.

b) Aplicando lo explicado en el apartado anterior, los campos magnéticos producidos por cada cable son los que aparecen en el esquema. El módulo de cada campo es el mismo, ya que tanto las intensidades como las distancias desde el punto a los cables son las mismas. Como ambos campos van en la misma dirección pero en sentido contrario, aplicando el principio de superposición, el campo total en el punto medio es nulo.



Si cambiamos el sentido de una de las corrientes (de la 1, por ejemplo), el sentido del campo producido será el opuesto que anteriormente. Por tanto, ahora el campo total no será nulo, ya que se suman los módulos. Como ahora el valor de la intensidad de corriente 1 se ha duplicado, el módulo del campo total será el triple que el que produce la corriente 2 (dirección y sentido en el dibujo).



2. a) Explique el significado de las magnitudes que aparecen en la ecuación de un movimiento armónico simple e indique cuáles son sus respectivas unidades en el Sistema Internacional.
b) Demuestre que en un oscilador armónico simple la aceleración es proporcional al desplazamiento de la posición de equilibrio pero de sentido contrario.

a) La posición de un móvil que describe un m.a.s viene dada por una ecuación del tipo

$y = A \cdot sen(\omega \cdot t + \varphi_0)$ o $y = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$ donde:

y — Elongación. Es la posición del móvil respecto al punto de referencia, que se escoge siempre en su posición de equilibrio. Indica el desplazamiento desde dicha posición de equilibrio. Aunque usemos la letra “y”, se refiere a cualquier coordenada espacial (x, y, z) en la que se mueva. [y]= m (S.I.)

A — Amplitud del m.a.s. Es el valor máximo de la elongación (en valor absoluto). El m.a.s. alcanzará los valores de A y –A en los extremos de su movimiento. [A] = m (S.I.)

ω — Frecuencia angular. Indica el ritmo de oscilación (algo análogo a la velocidad angular en un movimiento circular). [ω] = rad s^{-1} (S.I.). A partir de ω podemos obtener

T — Periodo de oscilación. Tiempo que tarda el móvil en realizar una oscilación completa. Se calcula como

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$ [T]= s (S.I.)

υ — Frecuencia. Número de oscilaciones descritas en la unidad de tiempo. Es la inversa del periodo

$$\upsilon = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$ [υ]= ciclos/s = s^{-1} = Hz (Hertzio) (S.I.)

$\varphi = (\omega \cdot t + \varphi_0)$ — Fase. Es un ángulo que nos indica en qué estado de oscilación se encuentra el móvil. Se mide en radianes en el sistema internacional

φ_0 — Fase inicial. Valor de la fase para t = 0, cuando comenzamos a estudiar el movimiento. Nos permite calcular cómo era el movimiento al comenzar a estudiarlo. Por ej. La posición inicial se calculará sustituyendo t = 0 s en la ecuación, y quedará $y_0 = y_{(t=0)} = A \cdot sen(\varphi_0)$

b) A partir de la ecuación de la elongación “y” del m.a.s. $y = A \cdot sen(\omega \cdot t + \varphi_0)$

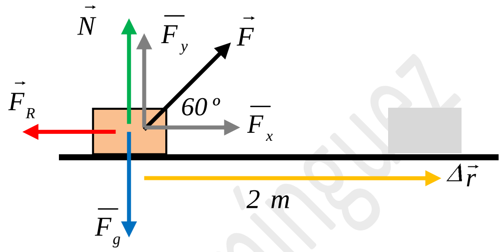
Podemos obtener la velocidad de vibración derivando la elongación $v_y = \frac{dy}{dt} = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$

Y la aceleración derivando la velocidad $a_y = \frac{dv_y}{dt} = -A \cdot \omega^2 \cdot sen(\omega \cdot t + \varphi_0)$

Comparando las expresiones de elongación y aceleración, vemos que $a_y = -\omega^2 \cdot y$, con lo que queda demostrado que la aceleración es proporcional al desplazamiento respecto a la posición de equilibrio, pero en sentido contrario. La constante de proporcionalidad es el cuadrado de la frecuencia angular.

3. Un bloque de 5 kg se desliza con velocidad constante por una superficie horizontal rugosa al aplicarle una fuerza de 20 N en una dirección que forma un ángulo de 60º con la horizontal.
a) Dibuje en un esquema todas las fuerzas que actúan sobre el bloque, indique el valor de cada una de ellas y calcule el coeficiente de rozamiento del bloque con la superficie.
b) Determine el trabajo total de las fuerzas que actúan sobre el bloque cuando se desplaza 2 m y comente el resultado obtenido. **$g = 9{,}8\ m\ s^{-2}$**

a) Sobre el bloque actuarán, durante todo el movimiento, las siguientes fuerzas, dibujadas en el esquema:



- Fuerza aplicada: $F = 20\ N$.
  Componentes: $F_x = F \cdot cos60º = 10\ N$
  $F_y = F \cdot sen60º = 17{,}32\ N$
- Fuerza gravitatoria (peso):
  $Fg = m \cdot g = 5\ kg \cdot 9{,}8\ N/kg = 49\ N.$
- Normal: Debida al contacto con la superficie. Compensa las componentes perpendiculares al plano de las fuerzas aplicadas.
  $N = Fg - F_y = 49\ N – 17{,}32\ N = 31{,}68\ N$
- Fuerza de rozamiento dinámica: Debida a la rugosidad de la superficie. En este ejercicio se opone al desplazamiento.

Aplicando la primera ley de Newton, si el bloque se mueve con velocidad constante, la resultante de las fuerzas es nula, por lo que la fuerza de rozamiento será igual y de sentido contrario a la componente x de la fuerza aplicada. $F_R = F_x = 10\ N$

De este modo, conociendo la fuerza de rozamiento, calculamos el coeficiente de rozamiento dinámico entre el bloque y la superficie.

$$F_R = \mu \cdot N \quad \rightarrow \quad 10\ N = \mu \cdot 31{,}68\ N \quad \rightarrow \quad \mu = 0{,}316$$

b) Entendemos por trabajo la transferencia de energía realizada por la acción de una fuerza durante un desplazamiento. Teniendo en cuenta que todas las fuerzas aplicadas en este caso se mantienen constantes, podemos calcular el trabajo de cada una mediante la expresión

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot \Delta r \cdot cos\ \alpha$$

Fuerza aplicada :

$$W_F = F \cdot \Delta r \cdot cos\ 60º = 20\ N \cdot 2m \cdot 0{,}5 = 20\ J$$
$$W_N = N \cdot \Delta r \cdot cos\ 90º = 0\ J$$
$$W_{Fg} = Fg \cdot \Delta r \cdot cos\ 90º = 0\ J$$
$$W_{FR} = F_R \cdot \Delta r \cdot cos\ 180º = 10\ N \cdot 2m \cdot (-1) = -20\ J$$

Sumando, obtenemos que el trabajo total realizado sobre el cuerpo es nulo ($W_{TOT} = 0\ J$)

Comentario : Resultado lógico. Si aplicamos el teorema trabajo - energía cinética, vemos que el trabajo total realizado coincide con la variación de energía cinética del bloque ($W_{TOT} = \Delta Ec$). Si el bloque se mueve con velocidad constante, la energía cinética del mismo no varía ($\Delta Ec = 0$), con lo que el trabajo total debe ser forzosamente nulo. La fuerza aplicada suministra energía al sistema ($W>0$), al tiempo que la fuerza de rozamiento disipa la misma cantidad de energía en forma de calor ($W<0$).

(Nota: Podría haberse razonado directamente a partir del teorema Trabajo-Ec, sin necesidad de calcular cada uno de los trabajos)

4. En las estrellas de núcleos calientes predominan las fusiones del denominado ciclo del carbono, cuyo último paso consiste en la fusión de un protón con $^{15}_{7}N$ para dar $^{12}_{6}C$ y un núcleo de helio.

a) Escriba la reacción nuclear.

b) Determine la energía necesaria para formar 1 kg de $^{12}_{6}C$.

c = 3 ·10^{8} m s^{-1} ; m($^{1}_{1}H$) = 1,007825 u ; m($^{15}_{7}N$) = 15,000108 u ; m($^{12}_{6}C$) = 12,000000 u ; m($^{4}_{2}He$) = 4,002603 u ; u = 1,7 ·10^{-27} kg

a) La reacción nuclear de fusión entre un protón ($^{1}_{1}H$) y un núcleo de nitrógeno-15 ($^{15}_{7}N$) es:

$$^{1}_{1}H + ^{15}_{7}N \rightarrow \ ^{12}_{6}C + ^{4}_{2}He$$

Se cumple, como en toda reacción nuclear, que la suma de números atómicos y másicos se mantiene constante, al principio y al final de la reacción, así como la carga eléctrica.

b) Para calcular la energía necesaria para producir 1 kg de C-12, debemos calcular en primer lugar la energía de reacción en la formación de un núcleo de C-12.

La energía de reacción absorbida o desprendida se debe a la transformación de masa en energía o viceversa,dada por la fórmula de Einstein $E = m{\cdot}c^2$. En este caso $E_r = \Delta m \cdot c^2$

siendo

$$\Delta m = \sum m_{PRODUCTOS} - \sum m_{REACTIVOS} = m(C) + m(He) - m(H) - m(N) = -0{,}00533 \ u = -9{,}061 \cdot 10^{-30} \ kg$$

Y la energía de reacción $Er = \Delta m \cdot c^2 = -9{,}061 \cdot 10^{-30} \ kg \cdot (3 \cdot 10^{8} \ ms^{-1})^2 = -8{,}15 \cdot 10^{-13} \ J = -5{,}10 \ MeV$

Obtenemos un valor negativo, que corresponde a energía desprendida. En este caso, se ha transformado materia en energía.

Teniendo en cuenta el signo que obtenemos, no tiene mucho sentido el que nos hablen de « energía necesaria », que sería lógico en el caso de que la energía de reacción saliese positiva. Estoy seguro de que no se refieren a la energía cinética mínima que deben llevar los protones para vencer la repulsión electrostática y acercarse lo suficiente al núcleo de nitrógeno de forma que actúe la fuerza nuclear fuerte, ya que su cálculo excede el nivel de este curso. Será un error « leve » del enunciado (o no tan leve, porque puede hacer perder tiempo comprobando una y otra vez la cuenta, con el nerviosismo que conlleva).

Calculamos ahora la energía « necesariamente desprendida » por cada kg (1000 g) de C-12 obtenido. Sabemos que 1 mol de C-12 tiene una masa de 12 g y contiene 6,022 ·10^{23} átomos. Y hemos calculado que al formarse cada átomo de C-12 se desprenden 8,15 ·10^{-13} J.

$$1000 \ g \ ^{12}C \cdot \frac{1 \ mol \ ^{12}C}{12 \ g \ ^{12}C} \cdot \frac{6{,}02 \cdot 10^{23} \ \text{átomos} \ ^{12}C}{1 \ mol \ ^{12}C} \cdot \frac{8{,}15 \cdot 10^{-13} \ J}{1 \ \text{átomo} \ ^{12}C} = 4{,}089 \cdot 10^{13} \ J \ \text{desprendidos}$$

También puede hacerse con

$$1 \ kg \ ^{12}C \cdot \frac{1 \ u}{1{,}7 \cdot 10^{-27} \ kg \ ^{12}C} \cdot \frac{1 \ \text{átomo} \ ^{12}C}{12 \ u} \cdot \frac{8{,}15 \cdot 10^{-13} \ J}{1 \ \text{átomo} \ ^{12}C} = 3{,}995 \cdot 10^{13} \ J \ \text{desprendidos}$$

(Nota: La pequeña diferencia observada entre ambos resultados se debe únicamente a la poca precisión en el valor de u (1,7·10^{-27} kg, en lugar de 1,66·10^{-27} kg) que aparece en el enunciado del problema)

OPCIÓN B:

1. a) Explique qué es la velocidad orbital y deduzca su expresión para un satélite que describa una órbita circular en torno a la Tierra.
b) Dos satélites A y B de distintas masas ($m_A>m_B$) describen órbitas circulares de idéntico radio alrededor de la Tierra. Razone la relación que guardan sus respectivas velocidades y sus energías potenciales.

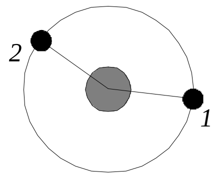
a) La velocidad orbital (v_{orb}) es la velocidad que lleva el satélite en su órbita. Es la velocidad necesaria para que el satélite mantenga una órbita circular a una distancia determinada r. Para calcularla, tendremos en cuenta que la única fuerza que actúa sobre el satélite es la gravitatoria. $F_g = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$, donde M es la masa del planeta y m la del satélite. También, al tratarse de un movimiento circular, sólo tendrá aceleración normal.

Aplicando la segunda ley de Newton: $F_g = m \cdot a_n = m \cdot \frac{v^2}{r}$

Igualando ambas expresiones: $$\frac{G \cdot M \cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m} \cdot \frac{v^2}{\cancel{r}} \Rightarrow v_{orb} = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

Observamos que, a cada distancia r corresponde una velocidad determinada. Y que la velocidad orbital depende de la masa del planeta (astro central) pero no de la masa del satélite.

b) La velocidad de un objeto (satélite) que describe orbitas circulares en torno a un astro central (la Tierra en este caso) debido únicamente a la atracción gravitatoria, se denomina velocidad orbital, y se calcula con la expresión $v_{orb} = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$ donde M es la masa de la Tierra, r la distancia desde el centro de masas del satélite hasta el centro de la Tierra y G la constante de gravitación universal. La masa del satélite m no influye en la velocidad orbital.



Por tanto, vemos que, como ambos satélites describen órbitas de idéntico radio, ambos llevarán la misma velocidad orbital, independientemente de su masa.

La energía potencial almacenada por el satélite debido a la acción de la fuerza gravitatoria viene dada por:

$Ep_g = -\frac{GMm}{r}$ donde m es la masa del satélite, escogiendo el nivel cero para r →∞

La energía potencial gravitatoria sí depende de la masa. La relación entre las Epg será:

$$\frac{Ep_{gA}}{Ep_{gB}} = \frac{-\frac{GMm_A}{r}}{-\frac{GMm_B}{r}} = \frac{m_A}{m_B}$$ La relación es la misma que existe entre las masas de los satélites.

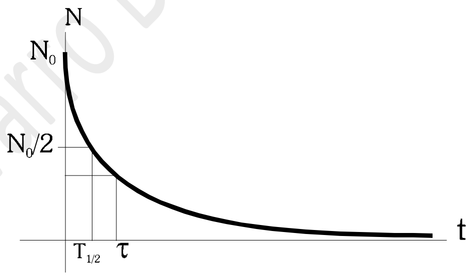
2. a) Enuncie la ley de desintegración radiactiva y enumere las magnitudes que intervienen en su expresión.
b) Considere dos muestras de dos isótopos radiactivos. Si el periodo de semidesintegración de una es el doble que el de la otra, razone cómo cambia la relación entre las actividades de ambas muestras en función del tiempo.

a) Al emitir radiación, la sustancia se va transformando en otra diferente. Esta transformación no es instantánea, ya que no todas las desintegraciones se producen a la vez. Además, es un proceso aleatorio, no sabemos en qué instante exacto se desintegrará un átomo en concreto. Pero, con mayor o menor rapidez, el número de átomos de la sustancia inicial va disminuyendo (y aumentando el de la sustancia final). La rapidez de esta disminución depende de dos factores:

Naturaleza de la sustancia: Esta influencia viene marcada por la llamada **constante de desintegración (λ)**. Se mide en s^{-1}. Cada sustancia radiactiva tendrá su λ . Indica la probabilidad de que un núcleo se desintegre en la unidad de tiempo. La magnitud inversa es la **vida media** ($\tau = 1/\lambda$), tiempo medio que tarda un núcleo en sufrir la desintegración radiactiva.

Número de átomos que tengamos en cada instante: N. En el instante inicial, ese nº será N_0.

La ley de desintegración, en su forma diferencial es $\frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N$



En forma exponencial : $N = N_o \cdot e^{-\lambda \cdot t}$, o $\frac{N}{N_o} = e^{-\lambda \cdot t}$

(también $N = N_o \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$)

La magnitud $\frac{dN}{dt}$ se denomina **actividad**, e indica la rapidez con que se desintegra la sustancia (es decir, el número de desintegraciones por segundo que ocurren en un instante). Se mide, en el S.I., en *desintegraciones / s* (*bequerel*, Bq).

La cantidad N/N_0 se denomina **fracción sin desintegrar**, y suele medirse en %.

b) El periodo de semidesintegración es el tiempo que tardan en desintegrarse la mitad de los núcleos de una muestra radiactiva. Está relacionado con la vida media por $T_{1/2} = \ln 2 \cdot \tau$

De este modo, si el periodo de semidesintegración de una es el doble que el de la otra ($T_2 = 2 \cdot T_1$), también su vida media será el doble ($\tau_2 = 2 \cdot \tau_1$), y la constante radiactiva, la mitad ($\lambda_2 = \lambda_1/2 \rightarrow \lambda_1 = 2 \cdot \lambda_2$)

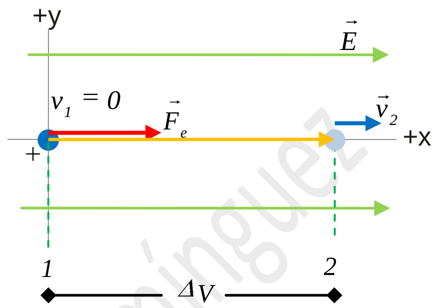
La relación entre las actividades será

$$\frac{\frac{dN_1}{dt}}{\frac{dN_2}{dt}} = \frac{-\lambda_1 \cdot N_1}{-\lambda_2 \cdot N_2} = 2 \cdot \frac{N_1}{N_2} = 2 \cdot \frac{N_{01} \cdot e^{-\lambda_1 \cdot t}}{N_{02} \cdot e^{-\lambda_2 \cdot t}} = 2 \cdot \frac{N_{01}}{N_{02}} \cdot e^{(\lambda_2 - \lambda_1) \cdot t} = 2 \cdot \frac{N_{01}}{N_{02}} \cdot e^{-\lambda_2 \cdot t}$$

Como la muestra 1 se desintegra más rápidamente que la 2, su actividad se reduce más rápidamente. La relación actividad1/actividad2 disminuye exponencialmente con el tiempo hasta hacerse cero. Si calculáramos la relación actividad2/actividad1, tendería a infinito exponencialmente con el tiempo.

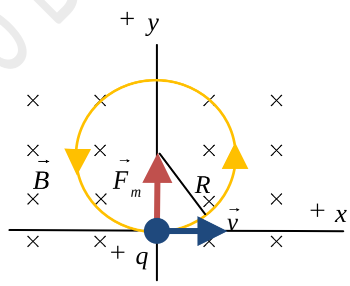
3. Una partícula α se acelera desde el reposo mediante una diferencia de potencial de $5 \cdot 10^3$ V y, a continuación, penetra en un campo magnético de 0,25 T perpendicular a su velocidad.
a) Dibuje en un esquema la trayectoria de la partícula y calcule la velocidad con que penetra en el campo magnético.
b) Calcule el radio de la circunferencia que describe tras penetrar en el campo magnético.
$m_\alpha = 6{,}7 \cdot 10^{-27}$ kg ; $q_\alpha = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ C;

a) La trayectoria que sigue la partícula a consta de dos partes:



1º: La partícula es acelerada desde el reposo por una diferencia de potencial. Aquí, la única fuerza que actúa es la electrostática $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$, que consideramos constante, con lo que la aceleración que sufre $a = \frac{\vec{F}_e}{m} = \frac{q \cdot \vec{E}}{m}$ es también constante y el movimiento resultante será uniformemente acelerado. La trayectoria será rectilínea, ya que su velocidad inicial era cero.

Para conseguir esta aceleración, es necesario que $V_1 > V_2$. Al ser la carga positiva, la fuerza eléctrica va en el mismo sentido que el campo electrostático.



2º: Dentro del campo magnético deja de actuar la fuerza electrostática y sólo actúa la fuerza magnética, que viene dada por la ley de Lorentz $\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$ y que es perpendicular a la velocidad. Por lo tanto, sólo produce aceleración normal. El módulo de la velocidad no cambia, sólo su dirección. El movimiento es, por tanto, circular uniforme, en el sentido que indica el dibujo.

Para calcular la velocidad que adquiere la partícula dentro del campo magnético, aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica, a que la única fuerza que actúa, la electrostática, es conservativa. Por tanto, la suma de energías cinética y potencial se mantendrá constante durante la aceleración. Así

La energía mecánica inicial : $E_{M1} = Ec_1 + Ep_{e1} = \frac{1}{2} m v_1^2 + q \cdot V_1$

Y la final: $E_{M2} = Ec_2 + Ep_{e2} = \frac{1}{2} m v_2^2 + q \cdot V_2$

Igualando: $\frac{1}{2} m v_1^2 + q \cdot V_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 + q \cdot V_2 \quad \rightarrow \quad q \cdot (V_1 - V_2) = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$

Sustituyendo los valores ($v_1 = 0$, $V_1 - V_2 = 5000\ V$, $q = 3{,}2 \cdot 10^{-19}\ C$, $m_\alpha = 6{,}7 \cdot 10^{-27}\ kg$)

Despejamos y obtenemos $v_2 = 6{,}91 \cdot 10^5\ m\ s^{-1}$

b) Teniendo en cuenta lo explicado arriba acerca del movimiento circular descrito por la partícula en el interior del campo magnético, el radio de la órbita se calcula a partir de la fuerza magnética y aplicando la segunda ley de Newton. La aceleración es sólo normal

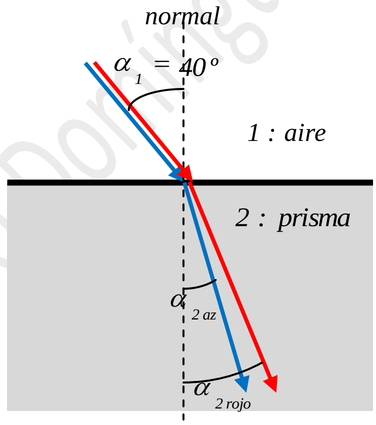
$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} \qquad F = |q| \cdot v \cdot B \cdot sen\, \alpha = |q| \cdot v \cdot B \qquad |q| \cdot v \cdot B = m \cdot a_n = m \cdot \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}$$

Sustituyendo los valores dados en el problema

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B} = \frac{6{,}7 \cdot 10^{-27}\ kg \cdot 6{,}91 \cdot 10^5\ ms^{-1}}{3{,}2 \cdot 10^{-19}\ C \cdot 0{,}25\ T} = 0{,}058\ \ m$$

4. Un haz compuesto por luces de colores rojo y azul incide desde el aire sobre una de las caras de un prisma de vidrio con un ángulo de incidencia de 40º.
a) Dibuje la trayectoria de los rayos en el aire y tras penetrar en el prisma y calcule el ángulo que forman entre sí los rayos en el interior del prisma si los índices de refracción son n_{rojo} =1,612 para el rojo y n_{azul} = 1,671 para el azul, respectivamente.
b) Si la frecuencia de la luz roja es de 4,2 ·10^{14} Hz, calcule su longitud de onda dentro del prisma.
c = 3 ·10^{8} m s^{-1} ; n_{aire}= 1

a) Cuando un rayo de luz que se propaga por un medio transparente (en este caso, el aire) se encuentra con la frontera con otro medio, pueden ocurrir (y suelen ocurrir conjuntamente) los fenómenos de reflexión, refracción y absorción. El caso que nos preocupa en esta cuestión es el de refracción, en el que la luz pasa a propagarse por el interior del cristal del prisma. Debido a la diferencia de velocidades de propagación en los dos medios, el frente de onda se desvía, con lo que los rayos forman un ángulo con la normal diferente al de incidencia. La relación entre ambos ángulos viene dada por la ley de Snell



$$n_1 \cdot sen\,\alpha_1 = n_2 \cdot sen\,\alpha_2$$

donde : n_1 : índice de refracción del medio 1. En este caso n_1 = 1
α_1 : ángulo de incidencia. En este caso 40º
n_2 : índice de refracción del medio 2.
α_2 : ángulo que forma el rayo refractado.

Como el índice de refracción es diferente para los rayos azul y rojo, también los ángulos de refracción serán distintos. Calculamos cada uno de ellos.

Rayo azul :
$$n_1 \cdot sen\,\alpha_1 = n_{2\,azul} \cdot sen\,\alpha_2 \rightarrow 1 \cdot sen\,40º = 1{,}671 \cdot sen\,\alpha_2 \rightarrow sen\,\alpha_2 = 0{,}3847 \rightarrow \alpha_{2\,azul} = 22{,}62º$$

Rayo rojo : $n_1 \cdot sen\,\alpha_1 = n_{2\,rojo} \cdot sen\,\alpha_2 \rightarrow 1 \cdot sen\,40º = 1{,}612 \cdot sen\,\alpha_2 \rightarrow sen\,\alpha_2 = 0{,}3986 \rightarrow \alpha_{2\,rojo} = 23{,}50º$

Vemos que, al ser mayor el índice de refracción del rayo azul, su ángulo de refracción es menor que el del rojo. Es también el que más se desvía (se dispersa) de la dirección original del haz, como vemos en el dibujo.

La diferencia entre los dos ángulos de refracción es el dato que nos piden: $\Delta\alpha = 0{,}88º$ (0º 52' 48'')

b) La longitud de onda (distancia más corta entre dos puntos en fase) puede calcularse a partir de la frecuencia υ y la velocidad de propagación *v* $\lambda = \dfrac{v}{\upsilon}$

La velocidad de propagación depende del medio. Además, para un medio dispersivo, depende de la frecuencia de la radiación. Como nos dan el índice de refracción para el color rojo, calculamos a partir de ahí la velocidad de propagación.

$$n = \frac{c}{v} \rightarrow v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8\ m\,s^{-1}}{1{,}612} = 1{,}861 \cdot 10^8\ m\,s^{-1}$$

Ahora podemos calcular la longitud de onda de la luz roja en el interior del prisma, teniendo en cuenta que la frecuencia no cambia al cambiar de medio.

$$\lambda = \frac{v}{\upsilon} = \frac{1{,}861 \cdot 10^8\ m\,s^{-1}}{4{,}2 \cdot 10^{14}\ s^{-1}} = 4{,}431 \cdot 10^{-7}\ m$$