

Instrucciones:

- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
- b) Debe desarrollar las cuestiones y problemas de una de las dos opciones.
- c) Puede utilizar calculadora no programable, ni gráfica ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
- d) Cada cuestión o problema se calificará entre 0 y 2,5 puntos (1,25 puntos cada uno de sus apartados).

**OPCION A**

1. a) Explique las características del campo gravitatorio de una masa puntual.  
b) Dos partículas de masas  $m$  y  $2m$  están separadas una cierta distancia. Explique qué fuerza actúa sobre cada una de ellas y cuál es la aceleración de dichas partículas.
2. a) Explique los fenómenos de reflexión y refracción de la luz y las leyes que lo rigen.  
b) Razone si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:  
i) la imagen de un objeto en un espejo convexo es siempre real, derecha y de menor tamaño que el objeto.  
ii) La luz cambia su longitud de onda y su velocidad de propagación al pasar del aire al agua.
3. Por el conductor A de la figura circula una corriente de intensidad 200 A. El conductor B, de 1 m de longitud y situado a 10 mm del conductor A, es libre de moverse en la dirección vertical.  
a) Dibuje las líneas de campo magnético y calcule su valor para un punto situado en la vertical del conductor A y a 10 cm de él.  
b) Si la masa del conductor B es de 10 g, determine el sentido de la corriente y el valor de la intensidad que debe circular por el conductor B para que permanezca suspendido en equilibrio en esa posición.  
 $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$ ;  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ m A}^{-1}$ ;
4. Sobre una superficie de potasio, cuyo trabajo de extracción es 2,29 eV, incide una radiación de  $0,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}$  de longitud de onda.  
a) Razone si se produce efecto fotoeléctrico y, en caso afirmativo, calcule la velocidad de los electrones emitidos y la frecuencia umbral del material.  
b) Se coloca una placa metálica frente al cátodo. ¿Cuál debe ser la diferencia de potencial entre ella y el cátodo para que no lleguen electrones a la placa?  
 $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$ ;  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

**OPCION B**

1. a) Explique los fenómenos de inducción electromagnética y enuncie la ley de Faraday-Lenz.  
b) Dos espiras circulares "a" y "b" se hallan enfrentadas con sus planos paralelos.  
i) Por la espira "a" comienza a circular una corriente en sentido horario. Explique con la ayuda de un esquema el sentido de la corriente inducida en la espira "b".  
ii) Cuando la corriente en la espira "a" alcance un valor constante, ¿qué ocurrirá en la espira "b"? Justifique la respuesta.
2. a) Teoría de Einstein del efecto fotoeléctrico.  
b) Una superficie metálica emite fotoelectrones cuando se ilumina con luz verde pero no emite con luz amarilla. Razone qué ocurrirá cuando se ilumine con luz azul o con luz roja.
3. Dos masas puntuales de 5 y 10 kg, respectivamente, están situadas en los puntos (0,0) y (1,0) m, respectivamente.  
a) Determine el punto entre las dos masas donde el campo gravitatorio es cero.  
b) Calcule el potencial gravitatorio en los puntos A (-2,0) m y B (3,0) m y el trabajo realizado al trasladar desde B hasta A una masa de 1,5 kg. comente el significado del símbolo del trabajo.  
 $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
4. La energía mecánica de una partícula que realiza un movimiento armónico simple a lo largo del eje X y en torno al origen vale  $3 \cdot 10^{-5} \text{ J}$  y la fuerza máxima que actúa sobre ella es de  $1,5 \cdot 10^{-3} \text{ N}$ .  
a) Obtenga la amplitud del movimiento.  
b) Si el periodo de oscilación es de 2 s y en el instante inicial la partícula se encuentra en la posición  $x_0 = 2 \text{ cm}$ , escriba la ecuación de movimiento.

**OPCION A**

1. a) Explique las características del campo gravitatorio de una masa puntual.  
 b) Dos partículas de masas  $m$  y  $2m$  están separadas una cierta distancia. Explique qué fuerza actúa sobre cada una de ellas y cuál es la aceleración de dichas partículas.

a) Esta cuestión teórica (como suele ser costumbre últimamente en la ponencia de selectividad) es muy general y un tanto ambigua. Puede referirse a la magnitud campo gravitatorio ("gravedad", o "intensidad del campo gravitatorio" o "aceleración de la gravedad")  $\vec{g}$  creado por una masa puntual, pero también puede entenderse como el concepto genérico de "campo gravitatorio", es decir, un epígrafe completo de la asignatura, en el que habría que hablar no sólo de la gravedad, sino de potencial gravitatorio, energía potencial gravitatoria, superficies equipotenciales, fuerza gravitatoria, relación campo-potencial... entendemos que esto último sería excesivamente largo para un apartado de una pregunta, que cuenta sólo 1,25 puntos. Nos centraremos sólo en el vector  $\vec{g}$ .

Dada una partícula de masa  $M$ , ésta "crea" una nueva propiedad en el espacio (una "deformación" de la geometría tetradimensional del espaciotiempo, según descubrió Einstein) a la que llamamos "gravedad" o "campo gravitatorio", y simbolizado por el vector  $\vec{g}$ . Al colocar una masa  $m$  a cierta distancia de  $M$ , surgirá una interacción entre ellas, que cumple con las leyes de Newton (ley de gravitación y principio de acción-reacción).

El campo gravitatorio creado por  $M$  tiene estas características:

- Es un campo vectorial.
  - Es un campo central.
  - Es un campo conservativo.
  - Es directamente proporcional a la masa  $M$  que crea el campo.
  - Disminuye con el cuadrado de la distancia a  $M$ .
  - Indica la fuerza gravitatoria ejercida por unidad de masa sobre cualquier partícula  $m$  colocada a cierta distancia de  $M$ . Sus unidades en el Sistema Internacional:  $\text{N kg}^{-1} = \text{m s}^{-2}$
- La constante  $G$  (cte de gravitación universal)  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

$$\vec{g} = -G \cdot \frac{M}{r^2} \vec{u}_r$$

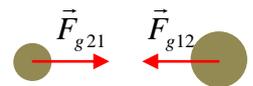
$$\text{módulo } g = G \cdot \frac{M}{r^2}$$

- b) Entre ambas partículas, separadas una distancia  $r$ , surge una interacción gravitatoria mutua, que viene dada por la ley de gravitación universal de Newton

$$\vec{F}_g = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \vec{u}_r \quad \text{en módulo} \quad F_g = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

En este caso  $m_1 = m$ ,  $m_2 = 2m$  Así  $F_{g12} = F_{g21} = G \cdot \frac{m \cdot 2m}{r^2} = \frac{2Gm^2}{r^2}$

Ambas partículas sufren fuerzas de la misma intensidad, de igual dirección pero de signo contrario, como se indica en el esquema.



La aceleración que sufre cada partícula viene dada por la 2ª ley de Newton.

$$a_1 = \frac{F_{g21}}{m_1} = \frac{2Gm^2}{r^2 \cdot m} = \frac{2Gm}{r^2} \quad a_2 = \frac{F_{g12}}{m_2} = \frac{2Gm^2}{r^2 \cdot 2m} = \frac{Gm}{r^2}$$

Las direcciones y sentidos vienen indicadas en el dibujo. Como vemos, la partícula 1, al tener la mitad de masa, sufre una aceleración doble que la partícula 2.



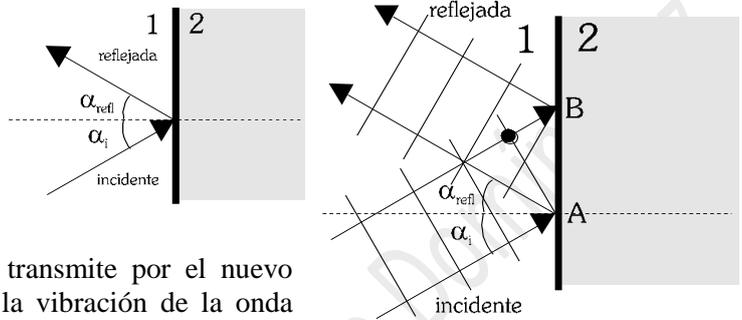
2. a) Explique los fenómenos de reflexión y refracción de la luz y las leyes que lo rigen.  
 b) Razone si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:  
 i) la imagen de un objeto en un espejo convexo es siempre real, derecha y de menor tamaño que el objeto.  
 ii) La luz cambia su longitud de onda y su velocidad de propagación al pasar del aire al agua.

a) La luz visible es un tipo particular de onda electromagnética. Como toda onda, puede sufrir reflexión y refracción. Son dos fenómenos ondulatorios que ocurren cuando una onda (luz, en este caso) que se propaga por un medio incide sobre la frontera con otro medio distinto. Además, puede que parte de la energía de la onda incidente sea absorbida por las partículas del nuevo medio.

**Reflexión:** Al llegar la onda incidente a la frontera con el medio 2, los puntos de la frontera generan una nueva onda que se propaga por el medio 1.

La onda reflejada tiene igual  $v$ ,  $\lambda$ , y velocidad de propagación que la onda incidente.

El ángulo que forma la dirección con la normal a la frontera es igual al de la onda incidente.  $\alpha_i = \alpha_{refl}$

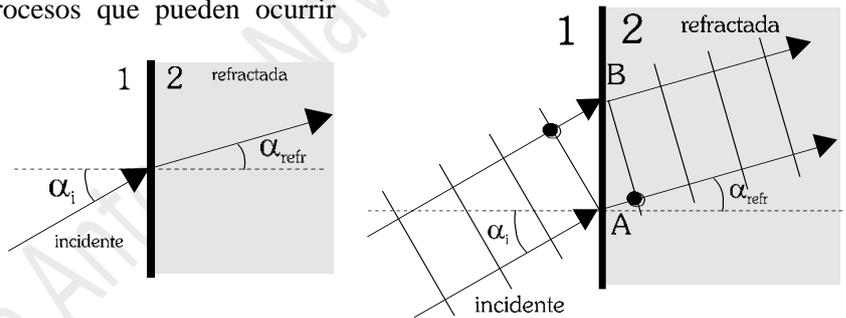


**Refracción:** Se forma una onda luminosa que se transmite por el nuevo medio. Los puntos de la frontera se contagian de la vibración de la onda incidente y dan lugar a lo que se denomina onda refractada.

La frecuencia de la onda sigue siendo la misma (dependía sólo del foco emisor), pero como ahora el medio es diferente, la velocidad de propagación también lo será y, por tanto también variarán  $\lambda$ ,  $k$ .

La amplitud de la onda refractada será menor que la de la onda incidente, ya que la energía de la onda incidente debe repartirse entre los tres procesos que pueden ocurrir (reflexión, refracción, absorción)

La dirección en la que se propaga la nueva onda refractada también es diferente. Existe una relación entre los ángulos que forman los rayos incidente y refractado con la normal a la superficie. Esta relación se conoce como *ley de Snell*.



$$n_1 \cdot \text{sen} \alpha_i = n_2 \cdot \text{sen} \alpha_{refr}$$

Donde  $n$  es el índice de refracción de cada medio, que indica el cociente

entre la velocidad de la luz en el vacío y en el medio. Siempre  $n \geq 1$   $n = \frac{c}{v}$

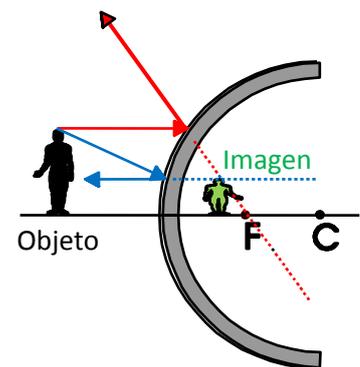
- b) i) Para razonar esta afirmación, realizamos el diagrama de rayos para obtener la imagen producida por un espejo convexo. Al estar el foco del espejo convexo "dentro" del espejo (al otro lado), todas las posiciones del objeto son similares (es imposible que el objeto está entre el foco y el espejo, *salvo en el examen de selectividad del 2012, claro ;)*)

Usamos las reglas básicas del trazado de rayos:

- Rayo que incide paralelo al eje óptico, al reflejarse, su línea pasa por el foco (o parece proceder de él).
- Rayo que incide en dirección al foco, al reflejarse sale paralelo al eje óptico.

Los rayos reflejados divergen. Prolongándolos, obtenemos la posición de la imagen.

Como vemos en el diagrama de rayos, la imagen es derecha, menor que el objeto, pero nunca es real, sino virtual (los rayos no se concentran en un punto, sino que parecen divergir de él). Por tanto, la afirmación es falsa.



- ii) La velocidad de propagación de cualquier onda (en un medio homogéneo, isótropo y no dispersivo) es una característica que depende exclusivamente del medio por el que esta se propague. Por lo tanto, al cambiar de medio, la velocidad de la luz cambia. En este caso, disminuye al pasar del aire ( $n \approx 1$ ) al agua ( $n = 4/3$ ).

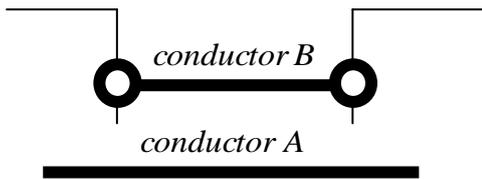
La longitud de onda (distancia más corta entre dos puntos en fase) de la luz depende tanto del medio (a través de la velocidad  $v$ ) como del foco (frecuencia  $\nu$ )  $\lambda = \frac{v}{\nu}$

La frecuencia no varía con el medio, pero sí la velocidad de propagación, por lo que la longitud de onda de la luz cambia al pasar del aire al agua. En concreto, disminuye.

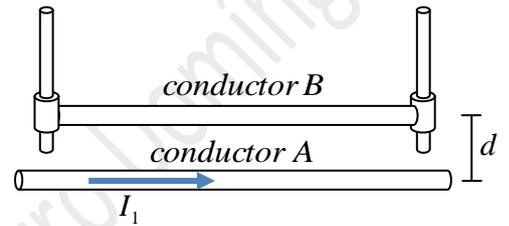
3. Por el conductor A de la figura circula una corriente de intensidad 200 A. El conductor B, de 1 m de longitud y situado a 10 mm del conductor A, es libre de moverse en la dirección vertical.

a) Dibuje las líneas de campo magnético y calcule su valor para un punto situado en la vertical del conductor A y a 10 cm de él.

b) Si la masa del conductor B es de 10 g, determine el sentido de la corriente y el valor de la intensidad que debe circular por el conductor B para que permanezca suspendido en equilibrio en esa posición.  
 $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$ ;  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}$ ;



*La verdad es que el dibujo que proponen no está muy claro. Creo que podrían esmerarse un poco más. He rehecho el dibujo a la derecha, donde aparece el conductor móvil, que recibe corriente a través de los raíles*



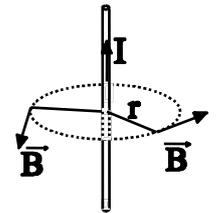
a) Un conductor rectilíneo por el que circula corriente eléctrica crea a su alrededor un campo magnético debido al movimiento de las cargas eléctricas. Dicho campo  $\vec{B}$  tiene como características:

Su módulo viene dado por  $B = \frac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot r}$

Dirección: Perpendicular al movimiento de las cargas eléctricas (corriente)

Perpendicular al vector  $\vec{r}$  (distancia desde la corriente al punto considerado)

Sentido: Dado por la regla del sacacorchos al girar el sentido de la corriente sobre el vector  $\vec{r}$ .



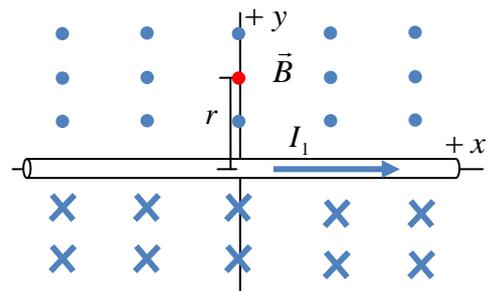
En el caso del problema  $B = \frac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ TmA}^{-1} \cdot 200\text{A}}{2\pi \cdot 0,1\text{m}} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ T}$

Dirección y sentido en el dibujo.

Las líneas de campo magnético son circunferencias concéntricas alrededor del conductor. en el papel podemos dibujar aspas y puntos indicando en qué zonas el campo "entra" o "sale" en el plano del papel.

Teniendo en cuenta el sistema de referencia y el sentido escogido para la corriente, el valor del campo para un punto situado en la vertical del conductor y sobre él (lo escogemos así, pero también debería valer si está por debajo, sigue estando en la vertical, lo importante es que el dibujo coincida con lo que escribimos)

$\vec{B} = 4 \cdot 10^{-4} \vec{k} \text{ T}$



b) En la situación que nos proponen ahora, interviene el conductor móvil, ya que ahora circula corriente por él, con lo que produce campo magnético y actúa como un imán. Entre ambos conductores paralelos se ejercerán fuerzas magnéticas de atracción o repulsión cuyo valor por unidad de longitud (por cada metro) viene dado por

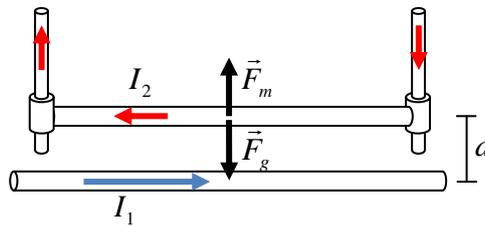
$f_{12} = f_{21} = \frac{\mu \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d}$  donde  $I_1 = 200 \text{ A}$ ,  $d = 10 \text{ mm} = 0,01 \text{ m}$

Como la longitud del conductor es de 1 m, la fuerza total coincide con la fuerza por unidad de longitud.

Para que el conductor esté en equilibrio, la fuerza neta sobre él debe ser nula (1ª ley de Newton), es decir, la fuerza gravitatoria debe ser compensada con la fuerza magnética repulsiva (ver dibujo)

$$F_g = F_m \rightarrow mg = \frac{\mu \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d} \rightarrow I_2 = \frac{mg \cdot 2\pi \cdot d}{\mu \cdot I_1} = 24,5 \text{ A}$$

Para que la fuerza magnética sea repulsiva, ambas corrientes deben ir en sentidos opuestos, como indica el dibujo.



4. Sobre una superficie de potasio, cuyo trabajo de extracción es 2,29 eV, incide una radiación de  $0,2 \cdot 10^{-6}$  m de longitud de onda.

a) Razone si se produce efecto fotoeléctrico y, en caso afirmativo, calcule la velocidad de los electrones emitidos y la frecuencia umbral del material.

b) Se coloca una placa metálica frente al cátodo. ¿Cuál debe ser la diferencia de potencial entre ella y el cátodo para que no lleguen electrones a la placa?

a) Nos encontramos ante un problema de efecto fotoeléctrico (emisión de electrones por parte de un metal al incidir sobre él radiación electromagnética). Este fenómeno, que las teorías clásicas no podían explicar suponiendo un carácter ondulatorio para la luz, fue explicado por Einstein en 1905 suponiendo que en la interacción entre radiación y materia la luz adopta carácter de partícula, es decir, la energía de la luz incidente se transmite de forma discreta, concentrada en partículas o “cuantos” de luz, los fotones. La energía de un fotón depende de su frecuencia y viene dada por la expresión  $E_f = h \cdot \nu$ , donde  $h$  es la constante de Planck ( $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$  J s).

Al incidir sobre los electrones externos del metal, el fotón cede su energía íntegramente al electrón. Para poder extraerlo del metal, esta energía debe ser superior a la necesaria para vencer la atracción del núcleo (trabajo de extracción o función trabajo)  $W_{extr} = h \cdot \nu_0$ , donde  $\nu_0$  es la frecuencia umbral característica del metal.

La energía sobrante se invierte en aportar energía cinética a los electrones.

El balance energético queda  $E_f = W_{extr} + Ec_e$

Para que se produzca el efecto fotoeléctrico, la energía de los fotones incidentes debe ser superior al trabajo de extracción del metal.

$$\text{La energía de un fotón: } E_f = h \cdot \nu = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{0,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}} = 9,9 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$\text{Pasamos a julios el trabajo de extracción } W_{extr} = 2,29 \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 3,664 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Vemos que la energía de los fotones es mayor que el trabajo de extracción, por lo que sí se producirá efecto fotoeléctrico. La energía sobrante será la energía cinética máxima de los electrones emitidos.

$$Ec_e = E_f - W_{extr} = 9,9 \cdot 10^{-19} \text{ J} - 3,664 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 6,236 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Calculamos la velocidad de los electrones, sin tener en cuenta efectos relativistas

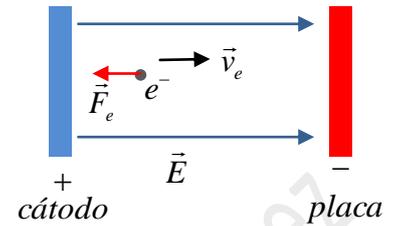
$$Ec_e = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2Ec_e}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,236 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 1,17 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Y la frecuencia umbral del metal } W_{extr} = h \cdot \nu_0 \rightarrow \nu_0 = \frac{W_{extr}}{h} = \frac{3,664 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} = 5,55 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

b) La cuestión de este apartado se refiere al concepto de potencial de frenado  $V_{fr}$  (diferencia de potencial necesaria para frenar los electrones emitidos, reduciendo a cero su energía cinética y, por consiguiente, impidiendo que alcancen la placa.). el potencial de frenado está relacionado con la energía cinética máxima de los electrones emitidos.

$$V_{fr} = \frac{Ec_e}{e} = \frac{6,236 \cdot 10^{-19} J}{1,6 \cdot 10^{-19} C} = 3,90 V$$

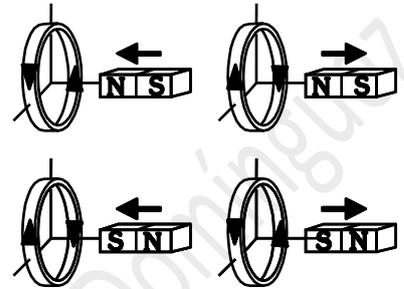
Para que se produzca el frenado, la placa debe estar a menor potencial que el cátodo, como indica el dibujo.



**OPCIÓN B:**

1. a) Explique los fenómenos de inducción electromagnética y enuncie la ley de Faraday-Lenz.  
 b) Dos espiras circulares "a" y "b" se hallan enfrentadas con sus planos paralelos.  
 i) Por la espira "a" comienza a circular una corriente en sentido horario. Explique con la ayuda de un esquema el sentido de la corriente inducida en la espira "b".  
 ii) Cuando la corriente en la espira "a" alcance un valor constante, ¿qué ocurrirá en la espira "b"? Justifique la respuesta.

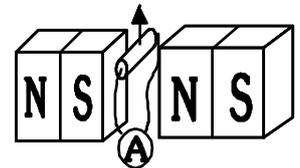
a) Llamamos inducción electromagnética a la generación de corriente eléctrica en un circuito por efecto de un campo magnético. Este fenómeno fue observado en el s. XIX por Faraday, Henry y otros científicos. Describimos a continuación algunas de las experiencias que hicieron.



Experiencias de Faraday: Faraday observa que, colocando un imán frente a una espira conductora, no se observa corriente en la espira mientras mantenemos ambos en reposo, pero sí se mide paso de corriente cuando los acercamos o alejamos. El sentido de la corriente depende de si acercamos o alejamos, y de qué polo enfrentemos a la espira.

Faraday también observa que, situando dos bobinas, una arrollada alrededor de la otra, al circular corriente variable por una de ellas (por ejemplo, al conectar el interruptor), se induce corriente en el otro circuito. La inducción de corriente en el secundario se interrumpe al estabilizarse el paso de corriente en el primer circuito.

Experiencia de Henry: Henry coloca un trozo de material conductor entre dos imanes. Cierra el circuito conectando el conductor a un amperímetro. Observa que mover el conductor se origina corriente en él.



Tanto Faraday como Lenz explican las características de este fenómeno:

- El origen de la corriente inducida está en la variación del campo magnético que atraviesa la superficie delimitada por la espira. (Lenz)
- Dicho de otra forma, está originada por la variación de flujo magnético que atraviesa la espira (Faraday)
- El sentido de la corriente es tal que origina un nuevo campo magnético inducido  $\vec{B}_{ind}$ , que se opone a la variación del campo magnético existente. (Lenz).
- Se opone a la variación del flujo (Faraday)

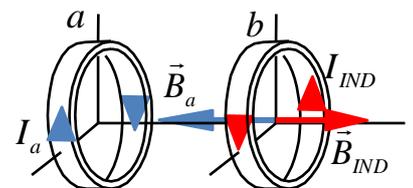
Teniendo en cuenta todo esto, llegamos a la **ley de Faraday-Lenz** sobre la inducción electromagnética:

*"La corriente inducida en un circuito es originada por la variación del flujo magnético que atraviesa dicho circuito. Su sentido es tal que se opone a dicha variación."*

La expresión de esta ley queda 
$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_m}{dt}$$

- b) La situación propuesta es muy semejante a una de las experiencias de Faraday descritas brevemente arriba.  
 i) *(Lo del "sentido horario" es tremendamente arbitrario, ya que depende del punto de vista del observador. Puede ser sentido horario mirando desde la otra espira, o sentido horario mirando desde detrás de la espira "a", así que, se dibuje como se dibuje, y siempre que se explique, debería ser válido... ¿o no? :( )*

Cuando comienza a circular corriente por la espira "a", durante breves instantes la intensidad de corriente aumenta desde cero hasta cierto valor  $I_a$ . El campo magnético que produce ( $\vec{B}_a$ ) también aumenta, en la dirección y sentido que indica el dibujo (aplicando la regla de la mano derecha para las espiras). Por lo tanto, el flujo magnético que atraviesa la espira "b" también aumenta, generándose corriente inducida en esa espira. El sentido de la corriente es tal que genera un campo magnético  $\vec{B}_{IND}$  que se opone a la variación de flujo magnético (es decir, intenta que vuelva a disminuir, se "resta" con el campo magnético generado por "a"). Aplicando la regla de la mano derecha para las espiras, sabemos el sentido de la corriente inducida en "b", como aparece en el dibujo.



ii) Cuando la corriente en "a" alcanza un valor constante, también se vuelven constantes el campo magnético que produce y el flujo magnético que atraviesa la espira "b". Por lo tanto, aplicando la ley de Faraday-Lenz, ya no se producirá corriente inducida en la espira "b".

**2. a) Teoría de Einstein del efecto fotoeléctrico.**

**b) Una superficie metálica emite fotoelectrones cuando se ilumina con luz verde pero no emite con luz amarilla. Razone qué ocurrirá cuando se ilumine con luz azul o con luz roja.**

a) El efecto fotoeléctrico consiste en la emisión de electrones por parte de un metal al incidir sobre él radiación electromagnética. La teoría ondulatoria clásica de Maxwell sobre la luz no podía explicar las características de este fenómeno, como la existencia de una frecuencia umbral, al suponer una transmisión continua de la energía. Einstein aplicó las hipótesis cuánticas de Planck para explicar el efecto fotoeléctrico. Pero llegó aún más allá en su ruptura con las teorías clásicas. Supuso que no sólo los intercambios de energía están cuantizados, sino que *la propia radiación está constituida por "partículas" (posteriormente llamadas fotones) que transportan la energía de forma discreta, concentrada en cuantos de energía.* Es decir, supuso un comportamiento corpuscular para la luz, al menos en este fenómeno. La energía de un fotón viene dada por la expresión de Planck  $E_f = h \cdot \nu$

Suponiendo que la luz se comporta como una partícula, al chocar ésta con un electrón, le transmite instantáneamente toda su energía. Evidentemente, esta energía que cede al electrón dependerá de la frecuencia de la radiación.

Así, la energía de un fotón se emplea, en primer lugar, en arrancar al electrón del metal. Esta energía necesaria, que depende del tipo de metal, se denomina **trabajo de extracción** o **función trabajo** ( $W_{\text{extr}}$ , o  $\Phi_0$ ). También puede definirse como la energía mínima que debe tener el fotón para extraer un electrón del metal. Así, tendremos que  $W_{\text{extr}} = h \cdot \nu_0$ , donde  $\nu_0$  es la frecuencia umbral característica del metal.

Si el fotón no posee energía (frecuencia) suficiente, no podrá arrancar al electrón, y el fotón será emitido de nuevo. Esto explica la existencia de la frecuencia umbral.

Si la energía es superior al trabajo de extracción, la energía sobrante se emplea en darle energía cinética (velocidad) a los electrones emitidos. De este modo, llegamos a la expresión:

$$E_f = W_{\text{extr}} + Ec_e \rightarrow h \cdot \nu = h \cdot \nu_0 + \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Así, una mayor frecuencia de la radiación significará una mayor energía cinética de los electrones, pero no un mayor nº de electrones emitidos. Y una mayor intensidad de la radiación (mayor nº de fotones) significará un mayor nº de electrones emitidos, pero no una mayor energía cinética.

b) El color (o tipo) de la radiación viene dado por su frecuencia. Una luz verde tiene mayor frecuencia que la amarilla y, por lo tanto, cada fotón de luz verde tiene mayor energía que un fotón de luz amarilla. Si la luz verde produce la emisión de electrones, es porque su frecuencia es mayor que la frecuencia umbral del metal. Del mismo modo, la frecuencia de la luz amarilla es menor que la frecuencia umbral, y por tanto los fotones no tienen energía suficiente para producir la emisión.

Teniendo en cuenta que la frecuencia de la luz azul es mayor que la verde (y por tanto, mayor que la umbral), podemos concluir que la luz azul producirá la emisión de fotoelectrones, mientras que la luz roja no, dado que su frecuencia es aún menor que la de la luz amarilla.

3. Dos masas puntuales de 5 y 10 kg, respectivamente, están situadas en los puntos (0,0) y (1,0) m, respectivamente.

a) Determine el punto entre las dos masas donde el campo gravitatorio es cero.

b) Calcule el potencial gravitatorio en los puntos A (-2,0) m y B (3,0) m y el trabajo realizado al trasladar desde B hasta A una masa de 1,5 kg. Comente el significado del signo del trabajo.

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

Nos encontramos ante dos masas puntuales que crean campo gravitatorio a su alrededor. En cualquier punto del espacio, el campo gravitatorio total se calcula aplicando el principio de superposición, es decir, el campo total en un punto es la suma de los dos campos gravitatorios individuales.

$$\vec{g}_P = \vec{g}_{1P} + \vec{g}_{2P} = -\frac{GM_1}{r_1^2} \vec{u}_{r1} - \frac{GM_2}{r_2^2} \vec{u}_{r2}$$

a) Para que el campo gravitatorio total sea cero, ambos vectores deben tener igual módulo, igual dirección y sentidos opuestos.

$$\vec{g}_P = \vec{g}_{1P} + \vec{g}_{2P} = 0 \rightarrow \vec{g}_{1P} = -\vec{g}_{2P}$$

El punto donde estas condiciones se cumplen debe estar en la línea que une ambas masas, y en la zona intermedia entre las mismas, como indica el dibujo.

Además, se encontrará más cerca de la masa menor (la de 5 kg).

Igualando

$$\frac{GM_1}{r_1^2} = \frac{GM_2}{r_2^2} \rightarrow \frac{5 \text{ kg}}{r_1^2} = \frac{10 \text{ kg}}{r_2^2} \rightarrow r_2^2 = 2 \cdot r_1^2 \rightarrow r_2 = \sqrt{2} \cdot r_1$$

Vemos en el dibujo que ambas distancias  $r_1$  y  $r_2$  suman 1 m.

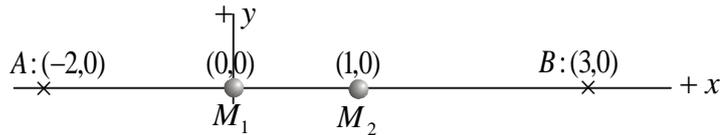
$$r_1 + r_2 = 1 \text{ m}$$

Resolviendo el sistema, tenemos que  $r_1 + \sqrt{2} \cdot r_1 = 1 \rightarrow r_1 = 0,414 \text{ m} \rightarrow r_2 = 0,586 \text{ m}$

b) El campo gravitatorio es un campo conservativo. Eso significa, por una parte, que tiene una función potencial asociada en cada punto del espacio (potencial gravitatorio, V). Y por otro lado, que el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria en un desplazamiento entre os puntos es independiente del camino elegido, sólo depende de los puntos inicial y final, y puede calcularse con la expresión  $W_{Fg} = -\Delta Epg = -(Epg_f - Epg_i) = Epg_i - Epg_f$

El potencial creado por ambas masas puntuales en un punto se calcula nuevamente aplicando el principio de superposición

$$V = V_1 + V_2 = -\frac{GM_1}{r_1} - \frac{GM_2}{r_2}$$



En el punto A: (-2,0)m

$$V_A = V_{1A} + V_{2A} = -\frac{GM_1}{r_{1A}} - \frac{GM_2}{r_{2A}} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5}{2} - \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 10}{3} = -3,891 \cdot 10^{-10} \text{ J/kg}$$

En el punto B: (3,0)m

$$V_B = V_{1B} + V_{2B} = -\frac{GM_1}{r_{1B}} - \frac{GM_2}{r_{2B}} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5}{3} - \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 10}{2} = -4,447 \cdot 10^{-10} \text{ J/kg}$$

El trabajo entre el punto inicial B y el punto final A los calculamos con la expresión explicada arriba

$$W_{Fg} = -\Delta Epg = -(Epg_A - Epg_B) = Epg_B - Epg_A = m \cdot V_B - m \cdot V_A = m \cdot (V_B - V_A) = 1,5 \text{ kg} \cdot (-4,447 \cdot 10^{-10} \text{ J/kg} - (-3,891 \cdot 10^{-10} \text{ J/kg})) = 1,5 \text{ kg} \cdot (-5,56 \cdot 10^{-11} \text{ J/kg}) = -8,34 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

El signo del trabajo es negativo, ya que la variación de energía potencial es positiva (el potencial es mayor en el punto final A que en el inicial B). Un trabajo negativo significa que el desplazamiento, globalmente, se realiza en contra de la fuerza gravitatoria. Por lo tanto, debemos realizar un trabajo externo al menos igual a  $8,34 \cdot 10^{-11} \text{ J}$  para trasladar la masa de 1,5 kg desde B hasta A.

4. La energía mecánica de una partícula que realiza un movimiento armónico simple a lo largo del eje X y en torno al origen vale  $3 \cdot 10^{-5} \text{ J}$  y la fuerza máxima que actúa sobre ella es de  $1,5 \cdot 10^{-3} \text{ N}$ .
- a) Obtenga la amplitud del movimiento.  
 b) Si el periodo de oscilación es de 2 s y en el instante inicial la partícula se encuentra en la posición  $x_0 = 2 \text{ cm}$ , escriba la ecuación de movimiento.

Nos encontramos ante una partícula que describe un m.a.s. ( movimiento armónico simple, movimiento oscilatorio periódico en el que la aceleración es proporcional y de signo contrario a la distancia a la posición de equilibrio, o elongación)

- a) La fuerza (o fuerzas) que originan un m.a.s. pueden ser de naturaleza muy variada (un cuerpo unido a un muelle, un péndulo con oscilaciones suficientemente pequeñas, un corcho que flota en el agua, los electrones en una corriente alterna...), pero matemáticamente todos pueden estudiarse como si se tratara de una fuerza elástica que actúa sobre el cuerpo (fuerza proporcional a la elongación y de sentido contrario). De este modo:

La fuerza elástica viene dada por  $\vec{F}_{el} = -K \cdot \vec{x}$  en módulo  $F_{el} = K \cdot x$ , siendo K la constante elástica y x la elongación. *(también podríamos llamar "y" a la elongación, pero hay que especificarlo claramente)*

La fuerza máxima (en valor absoluto) se ejerce cuando la elongación es máxima ( $x = A$ , amplitud)

$$F_{elMAX} = K \cdot A$$

La energía mecánica del m.a.s. puede calcularse como la energía potencial elástica máxima (en ese momento su Ec es nula) cuando alcanza la máxima elongación

$$E_M = \frac{1}{2} K A^2 \quad \text{donde K es la constante elástica y A la amplitud del m.a.s.}$$

Con los datos que nos dan, tenemos un sistema de dos ecuaciones con el que calculamos A y K

$$F_{elMAX} = K \cdot A \rightarrow 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ N} = K \cdot A$$

$$E_M = \frac{1}{2} K A^2 \rightarrow 3 \cdot 10^{-5} \text{ J} = 0,5 \cdot K \cdot A^2 \quad \text{dividimos ambas expresiones (la 2ª entre la 1ª)}$$

$$\frac{3 \cdot 10^{-5}}{1,5 \cdot 10^{-3}} = \frac{0,5 \cdot K \cdot A^2}{K \cdot A} \rightarrow 0,02 = 0,5 \cdot A \rightarrow A = 0,04 \text{ m} = 4 \text{ cm}$$

- b) La ecuación de movimiento de un m.a.s. que oscila a lo largo del eje x, viene dada por

$$x(t) = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0) \quad \text{donde}$$

x(t) es la elongación (distancia a la posición de equilibrio, tomada como punto de referencia) en cualquier instante. A es la elongación máxima en valor absoluto.

$\omega$  es la frecuencia angular de oscilación.  $\omega = \frac{2\pi}{T}$

y  $\varphi_0$  es la fase inicial, que indica el estado del movimiento para  $t = 0 \text{ s}$ .

$$x(0) = A \cdot \text{sen}\varphi_0$$

La amplitud está calculada en el apartado anterior.  $A = 0,04 \text{ m}$

A partir del periodo, calculamos la frecuencia angular

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi \text{ rad}}{2 \text{ s}} = 3,14 \text{ rad s}^{-1}$$

Y la fase inicial a partir de la posición inicial de la partícula

$$x(0) = A \cdot \text{sen}\varphi_0 \rightarrow \varphi_0 = \text{arsen}\left(\frac{x(0)}{A}\right) = \text{arsen}\left(\frac{0,02 \text{ m}}{0,04 \text{ m}}\right) = \text{arsen}(0,5) = 0,5236 \text{ rad} = \pi / 6 \text{ rad}$$

Así, la ecuación de movimiento queda  $x(t) = 0,04 \cdot \text{sen}(3,14 \cdot t + \frac{\pi}{6}) \text{ m}$