

**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA
UNIVERSIDAD
CURSO 2016-2017**

FÍSICA

Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Debe desarrollar las cuatro preguntas de una de las dos opciones.
- c) Puede utilizar calculadora no programable, ni gráfica ni con capacidad para almacenar o transmitir datos
- d) Cada pregunta se calificará entre 0 y 2,5 puntos (hasta 1,25 puntos cada uno de sus apartados).

OPCIÓN A

1. a) Dos partículas, de masas m y $2m$, se encuentran situadas en dos puntos del espacio separados una distancia d . ¿Es nulo el campo gravitatorio en algún punto cercano a las dos masas? ¿Y el potencial gravitatorio? Justifique las respuestas.

b) Dos masas de 10 kg se encuentran situadas, respectivamente, en los puntos $(0,0)\text{ m}$ y $(0,4)\text{ m}$. Represente en un esquema el campo gravitatorio que crean en el punto $(2,2)\text{ m}$ y calcule su valor. $G = 6,67 \cdot 10^{-11}\text{ N m}^2\text{ kg}^{-2}$

2. a) Un haz de electrones atraviesa una región del espacio siguiendo una trayectoria rectilínea. En dicha región hay aplicado un campo electrostático uniforme. ¿Es posible deducir algo acerca de la orientación del campo? Repita el razonamiento para un campo magnético uniforme.

b) Una bobina, de 10 espiras circulares de 15 cm de radio, está situada en una región en la que existe un campo magnético uniforme cuya intensidad varía con el tiempo según: $B = 2 \cos(2\pi t - \pi/4)\text{ T}$ y cuya dirección forma un ángulo de 30° con el eje de la bobina. La resistencia de la bobina es $0,2\ \Omega$. Calcule el flujo del campo magnético a través de la bobina en función del tiempo y la intensidad de corriente que circula por ella en el instante $t = 3\text{ s}$.

3. a) Explique la naturaleza de las ondas electromagnéticas e indique las distintas zonas en las que se divide el espectro electromagnético, indicando al menos una aplicación de cada una de ellas.

b) Una antena de radar emite en el vacío radiación electromagnética de longitud de onda $0,03\text{ m}$, que penetra en agua con un ángulo de incidencia de 20° respecto a la normal. Su velocidad en el agua se reduce al 80% del valor en el vacío. Calcule el periodo, la longitud de onda y el ángulo de refracción en el agua. $c = 3 \cdot 10^8\text{ m s}^{-1}$

4. a) Describa brevemente las interacciones fundamentales de la naturaleza. Compare su alcance e intensidad.

b) El periodo de semidesintegración de un núclido radiactivo de masa atómica 109 u , que emite partículas beta, es de $462,6$ días. Una muestra cuya masa inicial era de 100 g , tiene en la actualidad 20 g del núclido original. Calcule la constante de desintegración y la actividad actual de la muestra. $1\text{ u} = 1,67 \cdot 10^{-27}\text{ kg}$

OPCIÓN B

1. a) Un bloque de acero está situado sobre la superficie terrestre. Indique justificadamente cómo se modificaría el valor de su peso si la masa de la Tierra se redujese a la mitad y se duplicase su radio.

b) El planeta Mercurio tiene un radio de 2440 km y la aceleración de la gravedad en su superficie es $3,7\text{ m s}^{-2}$. Calcule la altura máxima que alcanza un objeto que se lanza verticalmente desde la superficie del planeta con una velocidad de $0,5\text{ m s}^{-1}$. $G = 6,67 \cdot 10^{-11}\text{ N m}^2\text{ kg}^{-2}$

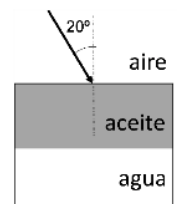
2. a) Discuta la veracidad de las siguientes afirmaciones: i) "Al analizar el movimiento de una partícula cargada positivamente en un campo eléctrico observamos que se desplaza espontáneamente hacia puntos de potencial mayor"; ii) "Dos esferas de igual carga se repelen con una fuerza F . Si duplicamos el valor de la carga de cada una de las esferas y también duplicamos la distancia entre ellas, el valor F de la fuerza no varía".

b) Se coloca una carga puntual de $4 \cdot 10^{-9}\text{ C}$ en el origen de coordenadas y otra carga puntual de $-3 \cdot 10^{-9}\text{ C}$ en el punto $(0,1)\text{ m}$. Calcule el trabajo que hay que realizar para trasladar una carga de $2 \cdot 10^{-9}\text{ C}$ desde el punto $(1,2)\text{ m}$ hasta el punto $(2,2)\text{ m}$. $K = 9 \cdot 10^9\text{ N m}^2\text{ C}^{-2}$

3. a) Enuncie las leyes de la reflexión y de la refracción de la luz. Explique la diferencia entre ambos fenómenos.

b) Sea un recipiente con agua cuya superficie está cubierta por una capa de aceite. Realice un diagrama que indique la trayectoria de los rayos de luz al pasar del aire al aceite y después al agua. Si un rayo de luz incide desde el aire sobre la capa de aceite con un ángulo de 20° , determine el ángulo de refracción en el agua. ¿Con qué velocidad se desplazará la luz por el aceite?

$c = 3 \cdot 10^8\text{ m s}^{-1}$; $n_{\text{aire}} = 1$; $n_{\text{aceite}} = 1,45$; $n_{\text{agua}} = 1,33$



4. a) Enuncie el principio de dualidad onda-corpúsculo. Si un electrón y un neutrón se mueven con la misma velocidad, ¿cuál de los dos tiene asociada una longitud de onda menor?

b) Una lámina metálica comienza a emitir electrones al incidir sobre ella radiación de longitud de onda $2,5 \cdot 10^{-7}\text{ m}$. Calcule la velocidad máxima de los fotoelectrones emitidos si la radiación que incide sobre la lámina tiene una longitud de onda de $5 \cdot 10^{-8}\text{ m}$.

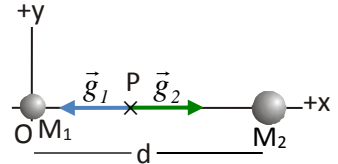
$h = 6,63 \cdot 10^{-34}\text{ J s}$; $c = 3 \cdot 10^8\text{ m s}^{-1}$; $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}\text{ kg}$

OPCIÓN A:

1. a) Dos partículas, de masas m y $2m$, se encuentran situadas en dos puntos del espacio separados una distancia d . ¿Es nulo el campo gravitatorio en algún punto cercano a las dos masas? ¿Y el potencial gravitatorio? Justifique las respuestas.

b) Dos masas de 10 kg se encuentran situadas, respectivamente, en los puntos $(0,0)$ m y $(0,4)$ m. Represente en un esquema el campo gravitatorio que crean en el punto $(2,2)$ m y calcule su valor. $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

a) Nos encontramos ante dos masas puntuales que crean campo gravitatorio a su alrededor. En cualquier punto del espacio, el campo gravitatorio total se calcula aplicando el principio de superposición, es decir, el campo total en un punto es la suma de los dos campos gravitatorios individuales. Del mismo modo se calcula el potencial.



Campo gravitatorio: Para que el campo gravitatorio total sea cero, ambos vectores deben tener igual módulo, igual dirección y sentidos opuestos.

$$\vec{g}_P = \vec{g}_{1P} + \vec{g}_{2P} = 0 \rightarrow \vec{g}_{1P} = -\vec{g}_{2P}$$

El punto donde estas condiciones se cumplen debe estar en la línea que une ambas masas, y en la zona intermedia entre las mismas, como indica el dibujo. Además, se encontrará más cerca de la masa menor (la 1, en este caso).

Igualando los módulos $\frac{GM_1}{r_1^2} = \frac{GM_2}{r_2^2} \rightarrow \frac{m}{r_1^2} = \frac{2m}{r_2^2} \rightarrow r_2 = \sqrt{2} \cdot r_1$

Vemos en el dibujo que ambas distancias r_1 y r_2 suman la distancia d . $r_1 + r_2 = d$

Resolviendo el sistema, tenemos que $r_1 = \frac{d}{\sqrt{2}-1}$ A esa distancia se encuentra P de la masa M_1 .

Potencial gravitatorio: $V_P = V_1 + V_2$

Si escogemos, como es habitual, el origen de potencial a una distancia infinita, la expresión para el potencial gravitatorio creado por una masa puntual es $V = -\frac{GM}{r}$ con lo que $V = -\frac{GM_1}{r_1} - \frac{GM_2}{r_2}$

Vemos que el potencial siempre será un número negativo, así que es **imposible** que el potencial se anule en un punto cercano a las masas (es decir, que r_1 y r_2 no tiendan a infinito)

(Nota: Esta es, explicada de una forma o de otra, la respuesta “académica”, ya que normalmente trabajamos con un origen de potencial situado en el infinito. Pero no olvidemos que el valor del potencial es algo relativo, que depende del origen de potencial escogido. Podemos escoger el origen de potencial donde queramos, por ejemplo, en el punto medio entre las dos masas, y en ese punto precisamente el potencial total será nulo, por definición. Eso sí, la fórmula para calcular el potencial en cualquier otro punto tendrá probablemente una expresión endiablada, pero eso no nos lo preguntan... O sea, que una respuesta que deberían corregir como válida sería: **“El potencial gravitatorio se anula en cualquier punto que escojamos, siempre que coloquemos ahí el origen de potencial”**)

b) Aplicando de nuevo el principio de superposición...

$$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2$$

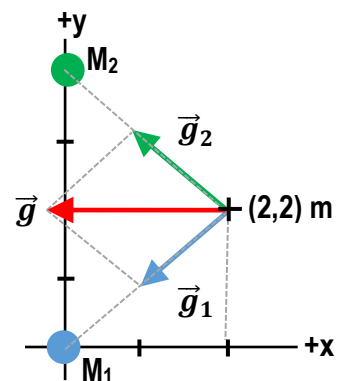
$$\vec{g}_1 = -\frac{GM_1}{r_1^2} \vec{u}_{r1} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \cdot 10 \text{ kg}}{8 \text{ m}^2} \cdot \frac{2\vec{i} + 2\vec{j}}{\sqrt{8}} = -5,896 \cdot 10^{-11} \vec{i} - 5,896 \cdot 10^{-11} \vec{j} \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

$$\vec{r}_1 = (2,2) - (0,0) = 2\vec{i} + 2\vec{j} \text{ m} \quad r_1 = \sqrt{8} \text{ m} \quad \vec{u}_{r1} = \frac{\vec{r}_1}{r_1} = \frac{2\vec{i} + 2\vec{j}}{\sqrt{8}}$$

$$\vec{g}_2 = -\frac{GM_2}{r_2^2} \vec{u}_{r2} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \cdot 10 \text{ kg}}{8 \text{ m}^2} \cdot \frac{2\vec{i} - 2\vec{j}}{\sqrt{8}} = -5,896 \cdot 10^{-11} \vec{i} + 5,896 \cdot 10^{-11} \vec{j} \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

$$\vec{r}_2 = (2,2) - (0,4) = 2\vec{i} - 2\vec{j} \text{ m} \quad r_2 = \sqrt{8} \text{ m} \quad \vec{u}_{r2} = \frac{\vec{r}_2}{r_2} = \frac{2\vec{i} - 2\vec{j}}{\sqrt{8}}$$

El campo total $\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 = -1,179 \cdot 10^{-10} \vec{i} \frac{\text{N}}{\text{kg}}$



2. a) Un haz de electrones atraviesa una región del espacio siguiendo una trayectoria rectilínea. En dicha región hay aplicado un campo electrostático uniforme. ¿Es posible deducir algo acerca de la orientación del campo? Repita el razonamiento para un campo magnético uniforme.

b) Una bobina, de 10 espiras circulares de 15 cm de radio, está situada en una región en la que existe un campo magnético uniforme cuya intensidad varía con el tiempo según: $B = 2 \cos(2\pi t - \pi/4)$ T y cuya dirección forma un ángulo de 30° con el eje de la bobina. La resistencia de la bobina es $0,2 \Omega$. Calcule el flujo del campo magnético a través de la bobina en función del tiempo y la intensidad de corriente que circula por ella en el instante $t = 3$ s.

a) (Nota: Supondremos, aunque no lo dice expresamente el enunciado, que sobre los electrones sólo actúa el campo eléctrico en el primer caso, y sólo el campo magnético en el segundo, es decir, no hay ninguna otra fuerza aplicada)

Campo electrostático uniforme: Una partícula cargada dentro de un campo eléctrico sufrirá una fuerza electrostática dada por $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$. En el caso de los electrones q es negativa, por lo que la fuerza eléctrica irá en la misma dirección y sentido contrario que el campo \vec{E} . Lo mismo ocurrirá con la aceleración $\vec{a} = \frac{\vec{F}_e}{m} = \frac{q \cdot \vec{E}}{m}$. Por otra parte, nos dicen que la trayectoria es rectilínea (es un MRUA, ya que forzosamente tiene aceleración). En ese caso, sólo posee aceleración tangencial, que va en la misma dirección de la trayectoria. Como consecuencia, si la aceleración es paralela a la trayectoria, también el campo electrostático es paralelo a la trayectoria. Su sentido dependerá que los electrones vayan cada vez más rápido (campo en sentido contrario a la velocidad) o cada vez más lento (campo en el mismo sentido que la velocidad).



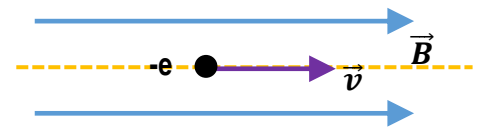
Campo magnético uniforme:

Una partícula cargada dentro de un campo magnético sufre una fuerza magnética dada por la ley de Lorentz:

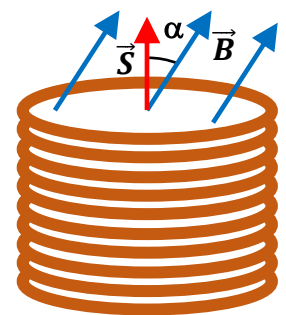
$$\vec{F}_m = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

La fuerza magnética será perpendicular a la velocidad, por lo que producirá aceleración normal y la trayectoria se curvará. La única posibilidad de que la trayectoria sea rectilínea es que la fuerza magnética sea nula, y esto ocurre cuando la velocidad y el campo son paralelos (forman un ángulo de 0° y el producto vectorial es nulo).

Si la trayectoria es rectilínea, el campo magnético es paralelo a la velocidad (en el mismo sentido o en el contrario, es indiferente), y el movimiento es rectilíneo uniforme (MRU)



b) En este segundo apartado estamos ante un caso de inducción electromagnética, de generación de una corriente en un circuito por acción de un campo magnético. Aplicando la ley de Faraday-Lenz, se inducirá corriente eléctrica en un circuito si se produce una variación en el flujo magnético que atraviesa la superficie encerrada por el circuito. El sentido de la corriente inducida es tal que genera un campo magnético inducido que se opone a la variación de flujo magnético.



El flujo magnético se calcula $\Phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\alpha$

Suponiendo una superficie plana y un campo magnético uniforme

En este caso varía con el tiempo el módulo del campo magnético, por lo que se producirá corriente inducida.

$$B = 2 \cdot \cos(2\pi t - \frac{\pi}{4}) \text{ T}$$

$$S = N \cdot \pi \cdot r^2 = 10 \cdot \pi \cdot (0,15\text{m})^2 = 0,707 \text{ m}^2$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\Phi_m = B \cdot S \cdot \cos\alpha = 2 \cdot \cos(2\pi t - \frac{\pi}{4}) \cdot 0,707 \cdot \cos 30^\circ \text{ Tm}^2 = 1,2245 \cdot \cos(2\pi t - \frac{\pi}{4}) \text{ Tm}^2$$

La fuerza electromotriz inducida en la bobina $\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = 7,694 \cdot \text{sen}(2\pi t - \frac{\pi}{4}) \text{ V}$

La intensidad que circula por la bobina la obtenemos aplicando la ley de Ohm

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{7,694 \cdot \text{sen}(2\pi t - \frac{\pi}{4}) \text{ V}}{0,2 \Omega} = 38,47 \cdot \text{sen}(2\pi t - \frac{\pi}{4}) \text{ A}$$

Para $t = 3$ s $\rightarrow I = -27,2 \text{ A}$

3. a) Explique la naturaleza de las ondas electromagnéticas e indique las distintas zonas en las que se divide el espectro electromagnético, indicando al menos una aplicación de cada una de ellas.

b) Una antena de radar emite en el vacío radiación electromagnética de longitud de onda 0,03 m, que penetra en agua con un ángulo de incidencia de 20° respecto a la normal. Su velocidad en el agua se reduce al 80 % del valor en el vacío. Calcule el periodo, la longitud de onda y el ángulo de refracción en el agua. $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$

a) Las ondas electromagnéticas (o.e.m.) consisten en oscilaciones de campos eléctricos y magnéticos que se propagan por el vacío y otros medios transparentes. Son ondas armónicas y transversales. La perturbación que se propaga consiste en un campo eléctrico y otro magnético oscilantes, perpendiculares entre sí y también perpendiculares a la dirección de propagación.

Su velocidad de propagación se calcula con $v = \frac{1}{\sqrt{\mu \cdot \epsilon}}$, dependiendo por tanto de las permitividades eléctrica y

magnética del medio. En el vacío $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \epsilon_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (velocidad de la luz en el vacío. En cualquier otro medio

$v < c$).

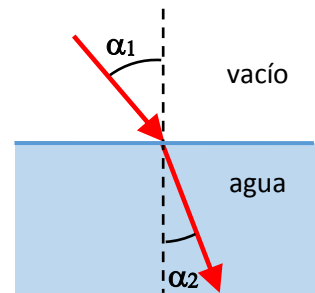
Las o.e.m. son producidas por cargas eléctricas aceleradas (cargas oscilantes, circuitos eléctricos, transiciones electrónicas y/o nucleares...)

Zonas del espectro electromagnético: Las distintas ondas electromagnéticas se diferencian sólo en su frecuencia y en la energía que emiten, por lo que su clasificación es subjetiva, en base a nuestra capacidad de detectarlas y la aplicación que les demos. De menor a mayor frecuencia:

- Ondas de radio: Aplicación: Comunicaciones (radio, televisión, wifi, telefonía), radar.
- Microondas: Aplicación: Telecomunicaciones vía satélite, hornos microondas.
- Infrarrojos: Aplicación: Calentamiento (radiadores), cámaras de visión nocturna, mandos a distancia.
- Luz visible: Aplicación: Óptica, iluminación, leds, láser...
- Ultravioleta: Aplicación: Esterilización, investigación policial
- Rayos X: Aplicación: Radiografías, TAC, Cristalografía, radioterapia.
- Rayos gamma: Aplicación: Radioterapia, astronomía.

Todas las diferentes categorías del espectro tienen aplicación en Astronomía, usando el tipo de telescopio adecuado para captar las distintas frecuencias.

b) Al incidir la onda electromagnética que se propaga por el vacío en la frontera con otro medio, el agua, se produce por una parte el fenómeno de reflexión (del que no nos vamos a ocupar en esta cuestión) y por otra la refracción de la onda. Se genera una nueva onda que se propaga por el agua, y cuya frecuencia es igual a la de la onda incidente, pero cuya velocidad de propagación será distinta, ya que depende del medio. Esto hace que la longitud de onda también cambie, así como el ángulo que los rayos forman con la normal (ángulo de refracción).



En el vacío, la velocidad de la onda es $c = 3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$

Su frecuencia será $\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}}{0,03 \text{ m}} = 10^{10} \text{ Hz}$

En el agua, la velocidad de propagación se reduce al 80% $v_2 = 0,8 \cdot c = 2,4 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$

La frecuencia de la onda refractada será igual que la incidente, ya que no depende del medio

El periodo en el agua (igual que en el vacío) $T_2 = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{10^{10} \text{ s}^{-1}} = 10^{-10} \text{ s}$

La longitud de onda en el agua $\lambda_2 = \frac{v_2}{\nu} = \frac{2,4 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}}{10^{10} \text{ s}^{-1}} = 0,024 \text{ m}$

El ángulo de refracción lo calculamos aplicando la ley de Snell $n_1 \cdot \text{sen} \alpha_1 = n_2 \cdot \text{sen} \alpha_2$

$$n_1 = 1 \text{ (vacío)} \quad n_2 = \frac{c}{v_2} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}}{2,4 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}} = 1,25 \quad \alpha_1 = 20^\circ$$

$$\text{Así} \quad 1 \cdot \text{sen} 20^\circ = 1,25 \cdot \text{sen} \alpha_2 \quad \rightarrow \quad \alpha_2 = 15,88^\circ$$

4. a) Describa brevemente las interacciones fundamentales de la naturaleza. Compare su alcance e intensidad.

b) El periodo de semidesintegración de un núclido radiactivo de masa atómica 109 u, que emite partículas beta, es de 462,6 días. Una muestra cuya masa inicial era de 100 g, tiene en la actualidad 20 g del núclido original. Calcule la constante de desintegración y la actividad actual de la muestra. $1 \text{ u} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

Interacción Gravitatoria: Afecta a cuerpos con masa. Es, por tanto, una interacción universal. Es siempre atractiva (tiende a acercar ambos cuerpos). Es de largo alcance (alcance infinito), disminuyendo su intensidad con el cuadrado de la distancia. Es la más débil de las cuatro interacciones. Su constante característica, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

Su intensidad es independiente del medio en el que estén ambos cuerpos (aire, agua, vacío...).

Esta interacción es debida a la curvatura del espacio-tiempo producida por los cuerpos con masa.

Explica: Peso, caída de los cuerpos, movimiento de planetas, galaxias...

Interacción Electromagnética: Afecta a cuerpos con carga eléctrica. La carga puede ser positiva o negativa.

La interacción depende del signo de las cargas y del movimiento relativo entre ellas. Es de largo alcance (infinito)

Es una interacción relativamente fuerte. Su intensidad depende del medio en el que estén ambos cuerpos.

Las partículas mediadoras en esta interacción son los fotones.

Explica: Fuerzas por contacto, estructura de átomos y moléculas, reacciones químicas, fenómenos eléctricos y magnéticos.

Interacción Nuclear Fuerte: Afecta a partículas nucleares constituidas por quarks (protones, neutrones...). No afecta a los leptones (electrones, muones, neutrinos...). Es atractiva. Es de muy corto alcance (aprox. 10^{-15} m , el tamaño del núcleo atómico). Es la más fuerte de las interacciones (con mucha diferencia).

Las partículas mediadoras en esta interacción son los gluones.

Explica: Estructura del núcleo atómico, reacciones nucleares, algunas desintegraciones radiactivas...

Interacción nuclear débil: Afecta a quarks y leptones (electrón, neutrinos...)

No es propiamente atractiva ni repulsiva. Es responsable de la transformación de unas partículas en otras.

Es de muy corto alcance (aprox 10^{-16} m). Es una interacción débil, aunque más fuerte que la gravitatoria.

Las partículas mediadoras en esta interacción son los bosones vectoriales W y Z.

Explica: Radiactividad beta, cambios en partículas subatómicas, supernovas...

- Las interacciones gravitatoria y electromagnética tienen alcance infinito. Las interacciones nucleares fuerte y débil son de muy corto alcance (el tamaño del núcleo atómico o inferior).

- Orden de intensidad: Nuclear fuerte > Electromagnética > Nuclear débil > Gravitatoria

b) Nos encontramos ante una cuestión de radiactividad, emisión de partículas por parte de núcleos inestables, que se transforman en otros núcleos distintos.

La constante de desintegración, λ , es característica de cada núclido radiactivo, y está relacionada con la probabilidad de que un núcleo se desintegre en la unidad de tiempo.

El periodo de semidesintegración, $T_{1/2}$, indica el tiempo que tarda una cierta cantidad de sustancia radiactiva en reducirse a la mitad, es decir, el tiempo que transcurre hasta la desintegración (transmutación) de la mitad de núcleos que teníamos inicialmente. En el problema $T_{1/2} = 462,6 \text{ días} = 3,997 \cdot 10^7 \text{ s}$

λ y $T_{1/2}$ están relacionados a través de la vida media τ . $\tau = \frac{1}{\lambda}$ $T_{1/2} = \tau \cdot \ln 2$

Por tanto, $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{3,997 \cdot 10^7 \text{ s}} = 1,73 \cdot 10^{-9} \text{ s}^{-1}$

Por actividad de una muestra radiactiva entendemos el número de desintegraciones que tienen lugar en la unidad de tiempo. Mide el ritmo de desintegración de la sustancia. En el S.I. se mide en Becquerel (Bq). $1 \text{ Bq} = 1$ desintegración por segundo.

La actividad depende del tipo de sustancia y de la cantidad (el nº de átomos) que tengamos en un instante determinado.

Se calcula con la expresión: $\frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N$

Calculamos el número de núcleos a partir de la masa actual (20 g) y de la masa atómica del núclido (109 u)

$N = 0,02 \text{ kg} \cdot \frac{1 \text{ u}}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} \cdot \frac{1 \text{ núcleo}}{109 \text{ u}} = 1,1 \cdot 10^{23} \text{ núcleos}$

La actividad $\frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N = -1,73 \cdot 10^{-9} \text{ s}^{-1} \cdot 1,1 \cdot 10^{23} \text{ núcleos} = -1,9 \cdot 10^{14} \text{ Bq}$ En valor absoluto: $1,9 \cdot 10^{14} \text{ Bq}$

(Nota: hemos usado el valor de la unidad de masa atómica que aparece en el enunciado, aunque es incorrecto. El valor de la unidad de masa atómica es $1 \text{ u} = 1,660 538 921 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$. El redondeo correcto es $1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$)

OPCIÓN B:

1. a) Un bloque de acero está situado sobre la superficie terrestre. Indique justificadamente cómo se modificaría el valor de su peso si la masa de la Tierra se redujese a la mitad y se duplicase su radio.

b) El planeta Mercurio tiene un radio de 2440 km y la aceleración de la gravedad en su superficie es $3,7 \text{ m s}^{-2}$. Calcule la altura máxima que alcanza un objeto que se lanza verticalmente desde la superficie del planeta con una velocidad de $0,5 \text{ m s}^{-1}$. $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

a) El peso de un objeto en la superficie de un planeta es la fuerza gravitatoria que el planeta ejerce sobre el objeto situado a una distancia R (el radio del planeta) de su centro.

Siendo M la masa de la Tierra, m la masa del objeto, y R el radio de la Tierra, calculamos el peso con la expresión

$$F_g = \frac{GMm}{R^2}$$

Si reducimos a la mitad la masa de la Tierra ($M' = 0,5 M$) y duplicamos el radio ($R' = 2 R$), el peso queda

$$F'_g = \frac{GM'm}{R'^2} = \frac{G \cdot 0,5 \cdot Mm}{(2R)^2} = \frac{GMm}{8 R^2} = \frac{F_g}{8}$$

El peso del objeto se reduciría a la octava parte.

b) Resolvemos esta cuestión aplicando el principio de conservación de la energía mecánica, ya que, una vez lanzado el objeto, sobre él sólo actúa la fuerza gravitatoria ejercida por el planeta, que es una fuerza conservativa. Despreciamos cualquier posible rozamiento con la atmósfera de Mercurio (casi inexistente, por otra parte).

Dada la baja velocidad con la que se lanza el objeto, supondremos que la altura que alcanzará será muy pequeña comparada con el radio de Mercurio ($h \ll R$), con lo que consideraremos que la gravedad se mantiene constante durante la subida, y la energía potencial la calcularemos con la expresión $E_{p_g} = m \cdot g_0 \cdot h$, con el nivel cero de energía potencial colocado en la superficie ($h = 0 \text{ m}$). Al final, comprobaremos que la suposición es acertada.

Así: $E_M = E_c + E_{p_g} = \frac{1}{2}mv^2 + m \cdot g_0 \cdot h$

Situación inicial:

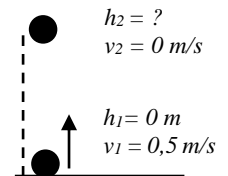
$h_1 = 0 \text{ m}, v_1 = 0,5 \text{ m/s}$

$$E_{M1} = E_{c1} + E_{p_{g1}} = \frac{1}{2}mv_1^2 + m \cdot g_0 \cdot h_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$$

Situación final:

$h_2 = ?, v_2 = 0 \text{ m/s}$

$$E_{M2} = E_{c2} + E_{p_{g2}} = \frac{1}{2}mv_2^2 + m \cdot g_0 \cdot h_2 = m \cdot g_0 \cdot h_2$$



Por tanto $E_{M1} = E_{M2} \rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = m \cdot g_0 \cdot h_2 \rightarrow h_2 = \frac{v_1^2}{2 \cdot g_0}$

Sustituyendo los datos: $v_1 = 0,5 \text{ m s}^{-1}, g_0 = 3,7 \text{ m s}^{-2} \rightarrow h_2 = 0,034 \text{ m} = 3,4 \text{ cm sobre la superficie}$

Es evidente que la suposición es correcta, ya que la altura alcanzada es despreciable comparada con el radio del planeta Mercurio.

(Es posible que se trate de un error del enunciado. La velocidad de lanzamiento es demasiado baja, y la altura resulta casi ridícula. Si hubiéramos usado la expresión general para la E_{p_g} , es posible que, al redondear, cometiéramos una mayor imprecisión que la altura final que alcanza. No sé si querían decir $0,5 \text{ km/s} \dots$)

2. a) **Discuta la veracidad de las siguientes afirmaciones:** i) “Al analizar el movimiento de una partícula cargada positivamente en un campo eléctrico observamos que se desplaza espontáneamente hacia puntos de potencial mayor”; ii) “Dos esferas de igual carga se repelen con una fuerza F . Si duplicamos el valor de la carga de cada una de las esferas y también duplicamos la distancia entre ellas, el valor F de la fuerza no varía”.

b) Se coloca una carga puntual de $4 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ en el origen de coordenadas y otra carga puntual de $-3 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ en el punto $(0,1) \text{ m}$. Calcule el trabajo que hay que realizar para trasladar una carga de $2 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ desde el punto $(1,2) \text{ m}$ hasta el punto $(2,2) \text{ m}$. $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$

a)

i) Una partícula cargada dentro de un campo eléctrico sufre una fuerza eléctrica dada por $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$

En el caso de una carga positiva, la fuerza tendrá la misma dirección y sentido que el campo, por lo que se moverá espontáneamente en dicha dirección y sentido. Pero sabemos que el campo eléctrico indica la dirección y sentido en que el potencial disminuye más rápidamente ($\vec{E} = -\vec{\nabla}V$). Por lo tanto, la partícula positiva se desplaza espontáneamente hacia puntos de potencial **menor**. La afirmación es falsa.

ii) La fuerza electrostática (en módulo) entre dos esferas cargadas viene dada por la ley de Coulomb $F_e = \frac{K|Qq|}{r^2}$

Nos dicen que ambas cargas son iguales (Q) y la fuerza repulsiva tiene valor F . $F = \frac{KQ^2}{r^2}$

Si duplicamos el valor de las cargas, y también la distancia r entre ellas, la fuerza eléctrica F' queda

$$F' = \frac{K(2Q)^2}{(2r)^2} = \frac{KQ^2}{r^2} = F \quad \text{La fuerza repulsiva es la misma. La afirmación es cierta.}$$

b)

Calcularemos el trabajo que realiza la fuerza eléctrica teniendo en cuenta que ésta es conservativa:

$$W_e = -\Delta E p_e = -(E p_B - E p_A) = E p_A - E p_B$$

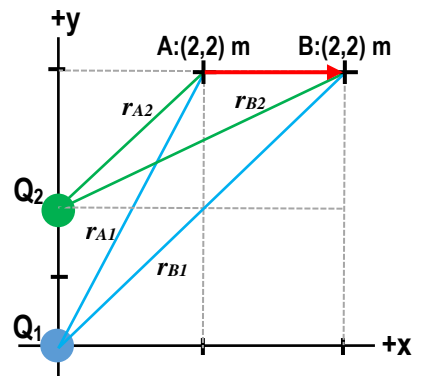
La energía potencial gravitatoria almacenada en cada punto debido a la interacción de q con las dos cargas Q_1 y Q_2 , se calcula aplicando el principio de superposición.

$$E p_e = E p_{e1} + E p_{e2} = \frac{K \cdot Q_1 \cdot q}{r_1} + \frac{K \cdot Q_2 \cdot q}{r_2}$$

Datos: $Q_1 = 4 \cdot 10^{-9} \text{ C}$, $Q_2 = -3 \cdot 10^{-9} \text{ C}$, $q = 2 \cdot 10^{-9} \text{ C}$

$$r_{A1} = \sqrt{5} \text{ m} \quad , \quad r_{A2} = \sqrt{2} \text{ m}$$

$$r_{B1} = \sqrt{8} \text{ m} \quad , \quad r_{B2} = \sqrt{5} \text{ m}$$



$$E p_A = E p_{A1} + E p_{A2} = \frac{K \cdot Q_1 \cdot q}{r_{A1}} + \frac{K \cdot Q_2 \cdot q}{r_{A2}} = -5,98 \cdot 10^{-9} \text{ J}$$

$$E p_B = E p_{B1} + E p_{B2} = \frac{K \cdot Q_1 \cdot q}{r_{B1}} + \frac{K \cdot Q_2 \cdot q}{r_{B2}} = 1,31 \cdot 10^{-9} \text{ J}$$

$$\text{Así, } W_e = E p_A - E p_B = -5,98 \cdot 10^{-9} \text{ J} - 1,31 \cdot 10^{-9} \text{ J} = -7,29 \cdot 10^{-9} \text{ J}$$

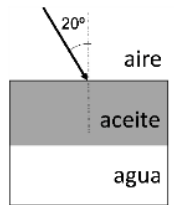
Como el trabajo realizado por la fuerza eléctrica es negativo, significa que la fuerza eléctrica se opone al desplazamiento, y éste no se realizará espontáneamente. Habrá que realizar un trabajo externo al menos del mismo valor y signo contrario.

$$W_{ext} = -W_e = 7,29 \cdot 10^{-9} \text{ J}$$

3. a) **Enuncie las leyes de la reflexión y de la refracción de la luz. Explique la diferencia entre ambos fenómenos.**

b) **Sea un recipiente con agua cuya superficie está cubierta por una capa de aceite. Realice un diagrama que indique la trayectoria de los rayos de luz al pasar del aire al aceite y después al agua. Si un rayo de luz incide desde el aire sobre la capa de aceite con un ángulo de 20° , determine el ángulo de refracción en el agua. ¿Con qué velocidad se desplazará la luz por el aceite?**

$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$; $n_{\text{aire}} = 1$; $n_{\text{aceite}} = 1,45$; $n_{\text{agua}} = 1,33$



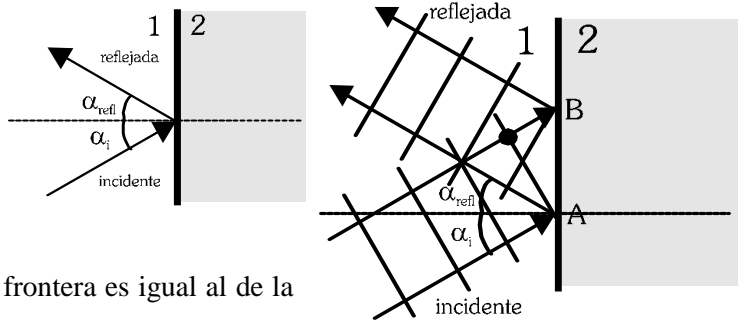
a) **Reflexión:** Al llegar la onda incidente a la frontera con el medio 2, los puntos de la frontera generan una nueva onda que se propaga por el medio 1.

La onda reflejada tiene igual v , λ , y velocidad de propagación que la onda incidente.

El rayo incidente, el rayo reflejado y la normal están en el mismo plano.

El ángulo que forma la dirección con la normal a la frontera es igual al de la onda incidente.

$$\alpha_i = \alpha_{\text{refl}}$$



Refracción: Se forma una onda luminosa que se transmite por el nuevo medio. Los puntos de la frontera se contagian de la vibración de la onda incidente y dan lugar a lo que se denomina onda refractada.

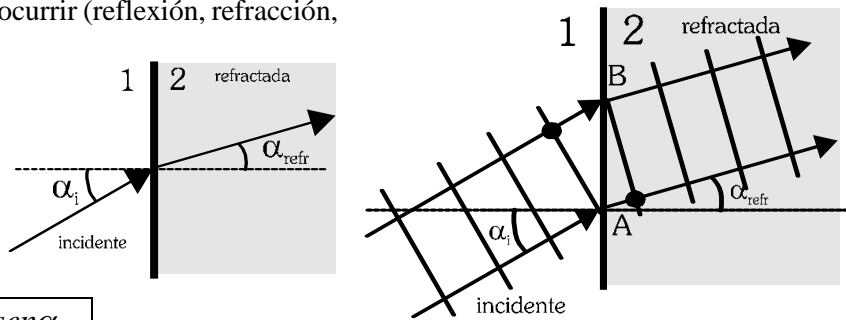
La frecuencia de la onda sigue siendo la misma (dependía sólo del foco emisor), pero como ahora el medio es diferente, la velocidad de propagación también lo será y, por tanto también variarán λ , k .

La amplitud de la onda refractada será menor que la de la onda incidente, ya que la energía de la onda incidente debe repartirse entre los tres procesos que pueden ocurrir (reflexión, refracción, absorción).

El rayo incidente, el refractado y la normal están en el mismo plano.

La dirección en la que se propaga la nueva onda refractada también es diferente. Existe una relación entre los ángulos que forman los rayos incidente y refractado con la normal a la superficie. Esta relación se conoce como *ley de Snell*.

$$n_1 \cdot \text{sen} \alpha_i = n_2 \cdot \text{sen} \alpha_{\text{refr}}$$



Donde n es el índice de refracción de cada medio, que indica el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío y en el medio. Siempre $n \geq 1$ $n = \frac{c}{v}$

Diferencias:

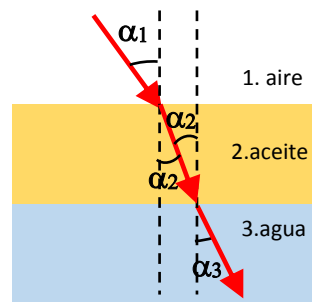
- Medio por el que se propaga. La onda reflejada se propaga por el mismo medio que la onda incidente, mientras que la onda refractada se propaga por el nuevo medio. En esta diferencia se basan todas las que se exponen a continuación.
- Velocidad de propagación: La onda reflejada se transmite a la misma velocidad que la incidente. La onda refractada se propaga a una velocidad $v = \frac{c}{n}$, siendo n el índice de refracción del medio. Como el medio cambia, v también.
- La longitud de onda de la onda reflejada es igual a la de la onda incidente (ya que su velocidad es la misma). La longitud de onda de la onda refractada es diferente.
- El ángulo de reflexión coincide con el de incidencia. El ángulo de refracción varía, y viene dado por la ley de Snell

$$n_1 \cdot \text{sen} \alpha_i = n_2 \cdot \text{sen} \alpha_{\text{refr}}$$

b) El rayo de luz sufre dos refracciones al atravesar las dos interfases aire-aceite y aceite-agua. Vemos que, como las dos interfases son paralelas, el ángulo de refracción al pasar del aire al aceite (α_2) coincide con el ángulo de incidencia al pasar del aceite al agua. Podemos aplicar la ley de Snell a ambas refracciones: $n_1 \cdot \text{sen} \alpha_1 = n_2 \cdot \text{sen} \alpha_2 = n_3 \cdot \text{sen} \alpha_3$ por lo que $n_1 \cdot \text{sen} \alpha_1 = n_3 \cdot \text{sen} \alpha_3 \rightarrow 1 \cdot \text{sen} 20^\circ = 1,33 \cdot \text{sen} \alpha_3 \rightarrow \alpha_3 = 14,9^\circ$

La velocidad de la luz en el aceite

$$v_2 = \frac{c}{n_2} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}}{1,45} = 2,07 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$$



4. a) Enuncie el principio de dualidad onda-corpúsculo. Si un electrón y un neutrón se mueven con la misma velocidad, ¿cuál de los dos tiene asociada una longitud de onda menor?

b) Una lámina metálica comienza a emitir electrones al incidir sobre ella radiación de longitud de onda $2,5 \cdot 10^{-7}$ m. Calcule la velocidad máxima de los fotoelectrones emitidos si la radiación que incide sobre la lámina tiene una longitud de onda de $5 \cdot 10^{-8}$ m.

$h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J s; $c = 3 \cdot 10^8$ m s⁻¹; $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg

a)

La dualidad onda-corpúsculo fue planteada por Louis de Broglie en 1924. Establece que, al igual que la luz tiene comportamiento corpuscular en determinadas experiencias, también las partículas (protones, electrones...) pueden comportarse como ondas. Es decir, la naturaleza tiene carácter dual, y se manifestarán las propiedades de onda o de corpúsculo, dependiendo del experimento y del proceso de medida. La onda asociada a la partícula se denomina onda de materia.

La longitud de onda de la onda de materia asociada a la partícula se calcula con la expresión

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \quad \text{donde } h \text{ es la constante de Planck, } m \text{ la masa y } v \text{ la velocidad de la partícula.}$$

Vemos que, si la velocidad de ambas partículas es la misma, la longitud de onda es inversamente proporcional a la masa. El neutrón, al tener mayor masa que el electrón, tendrá una longitud de onda asociada menor.

$$\lambda_{\text{neutrón}} < \lambda_{\text{electrón}}$$

b) El efecto fotoeléctrico consiste en la emisión de electrones por parte de un metal al incidir sobre él radiación electromagnética. Fue explicado por Einstein en 1905 aplicando las hipótesis cuánticas de Planck, y suponiendo que la luz está constituida por partículas, los fotones, que transportan la energía de forma discreta. $E_f = h \cdot \nu$

Cuando un fotón incide sobre un electrón del metal, le cede su energía. Si ésta es suficiente para vencer la atracción del núcleo y extraerlo (trabajo de extracción o función trabajo, Φ_0), se producirá la emisión de electrones. En caso contrario, no se producirá. La frecuencia mínima que debe tener la radiación para arrancar los electrones se denomina frecuencia umbral del metal (ν_0). Se cumple que $\Phi_0 = h \cdot \nu_0$

Una vez vencida la atracción del núcleo, la energía sobrante se invierte en dar energía cinética a los electrones.

$$\text{Así: } E_f = \Phi_0 + E_{c_e} \rightarrow h\nu = h\nu_0 + E_{c_e} \rightarrow E_{c_e} = h \cdot (\nu - \nu_0)$$

La cuestión nos da el dato de la longitud de onda umbral λ_0 (longitud de onda máxima de la radiación para que se produzca el efecto fotoeléctrico. Calculamos la frecuencia umbral

$$\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}}{2,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 1,2 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

$$\text{La frecuencia de la radiación } \nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}}{5 \cdot 10^{-8} \text{ m}} = 6 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

Y la energía cinética máxima de los electrones

$$E_{c_e} = h\nu - h\nu_0 = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot (6 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1} - 1,2 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}) = 3,18 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

$$\text{La velocidad máxima de los electrones emitidos es } v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{c_e}}{m_e}} = 2,64 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$