

Instrucciones:

- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
- b) Debe desarrollar las cuestiones y problemas de una de las dos opciones.
- c) Puede utilizar calculadora no programable, ni gráfica ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
- d) Cada cuestión o problema se calificará entre 0 y 2,5 puntos (1,25 puntos cada uno de sus apartados).

OPCIÓN A

1. a) Explique qué se entiende por velocidad de escape y deduzca razonadamente su expresión.
b) Razone qué energía habría que comunicar a un objeto de masa m , situado a una altura h sobre la superficie de la Tierra, para que se alejara indefinidamente de ella.
2. a) Explique los fenómenos de reflexión y refracción de la luz.
b) ¿Tienen igual frecuencia, longitud de onda y velocidad de propagación la luz incidente, reflejada y refractada? Razone sus respuestas.
3. Una espira circular de 5 cm de radio, inicialmente horizontal, gira a 60 rpm en torno a uno de sus diámetros en un campo magnético vertical de 0,2 T.
a) Dibuje en una gráfica el flujo magnético a través de la espira en función del tiempo entre los instantes $t=0$ s y $t=2$ s e indique el valor máximo de dicho flujo.
b) Escriba la expresión de la fuerza electromotriz inducida en la espira en función del tiempo e indique su valor en el instante $t=1$ s.
4. Al iluminar potasio con luz amarilla de sodio de $\lambda=5890 \cdot 10^{-10}$ m se liberan electrones con una energía cinética máxima de $0,577 \cdot 10^{-19}$ J y al iluminarlo con luz ultravioleta de una lámpara de mercurio de $\lambda=2537 \cdot 10^{-10}$ m, la energía cinética máxima de los electrones emitidos es $5,036 \cdot 10^{-19}$ J.
a) Explique el fenómeno descrito en términos energéticos y determine el valor de la constante de Planck.
b) Calcule el valor del trabajo de extracción del potasio.
c = $3 \cdot 10^8$ m s⁻¹

Instrucciones:

- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
- b) Debe desarrollar las cuestiones y problemas de una de las dos opciones.
- c) Puede utilizar calculadora no programable, ni gráfica ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
- d) Cada cuestión o problema se calificará entre 0 y 2,5 puntos (1,25 puntos cada uno de sus apartados).

OPCIÓN B

1. a) Explique la relación entre campo y potencial electrostáticos.
b) Una partícula cargada se mueve espontáneamente hacia puntos en los que el potencial electrostático es mayor. Razone si, de ese comportamiento, puede deducirse el signo de la carga.

2. a) Estabilidad nuclear.
b) Explique el origen de la energía liberada en los procesos de fisión y fusión nucleares.

3. Por un plano inclinado que forma un ángulo de 30° con la horizontal se lanza hacia arriba un bloque de 10 kg con una velocidad inicial de 5 m s^{-1} . Tras su ascenso por el plano inclinado, el bloque desciende y regresa al punto de partida con una cierta velocidad. El coeficiente de rozamiento entre plano y bloque es 0,1.
a) Dibuje en dos esquemas distintos las fuerzas que actúan sobre el bloque durante el ascenso y durante el descenso e indique sus respectivos valores. Razone si se verifica el principio de conservación de la energía en este proceso.
b) Calcule el trabajo de la fuerza de rozamiento en el ascenso y en el descenso del bloque. Comente el signo del resultado obtenido.
 $g = 10 \text{ m s}^{-2}$

4. En una cuerda tensa se genera una onda viajera de 10 cm de amplitud mediante un oscilador de 20 Hz. La onda se propaga a 2 m s^{-1} .
a) Escriba la ecuación de la onda suponiendo que se propaga de derecha a izquierda y que en el instante inicial la elongación en el foco es nula.
b) Determine la velocidad de una partícula de la cuerda situada a 1 m del foco emisor en el instante 3 s.

OPCIÓN A

- 1.- a) La velocidad de escape, es la velocidad mínima necesaria para que un cuerpo se aleje indefinidamente del campo gravitatorio en el que se encuentra inmerso.

Si un objeto está sobre la superficie de un planeta posee una energía potencial gravitatoria dada por:

$$E_p = -G \frac{m \cdot M}{R} ; \text{ donde } M \text{ y } R \text{ son, respectivamente, la masa y el radio del planeta.}$$

Puesto que el origen de energía potencial está situado en el infinito (si $R \rightarrow \infty \Rightarrow E_{p,\infty} = 0$), para que un cuerpo escape deberá poseer una energía mecánica superior a cero ($E_m \geq 0$). Quiere decir que la velocidad de escape es aquella que satisface la condición:

$$\frac{1}{2} m v_e^2 + (-G \frac{M \cdot m}{R}) = 0$$

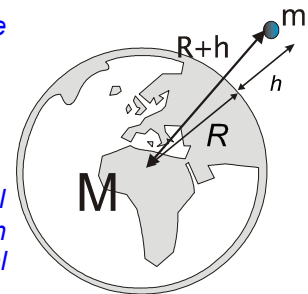
Despejando v_e , tenemos:
$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Para el caso de un cuerpo situado sobre la superficie de la Tierra, la velocidad de escape es de 11,2 km/s

- b) Si el objeto posee una altitud h , sin orbitar, poseerá únicamente energía potencial gravitatoria, que vendrá dada por:

$$E = -G \frac{M_T \cdot m}{R + h} \quad (1)$$

Donde m es la masa del cuerpo, M_T la de la Tierra, R el radio del planeta y h la altitud. Lo más notable es que dicha energía, que es en todo punto negativa, representa la "energía de ligadura" o de unión al campo gravitatorio terrestre.



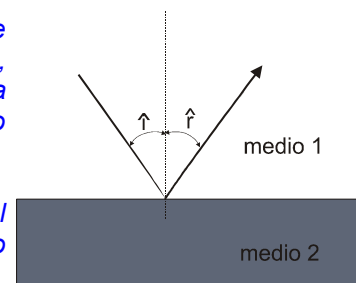
La cuestión es bien simple. Puesto que el origen de energía potenciales es el infinito ($E_p = 0$), la expresión anterior (1) corresponde exactamente con el débito energético del objeto para alcanzar el infinito. Significa que la energía necesaria (trabajo) para alejarlo indefinidamente del planeta es exactamente:

$$W = G \frac{M_T \cdot m}{R + h}$$

- 2.- a) La luz no es más que una onda electromagnética, y como onda puede sufrir los mismos fenómenos ondulatorios que las ondas mecánicas. La reflexión y refracción son fenómenos experimentados por las ondas cuando inciden sobre una frontera con un nuevo medio.

Reflexión: Cuando una onda viaja desde un medio 1, e incide sobre un nuevo medio 2 opaco a la propagación de la misma, esta retrocede hacia el medio 1, cambiando su dirección. La onda reflejada viaja con la misma v , f y λ que la onda incidente, dado el medio no cambia.

El resultado es que el rayo incidente y el "rebotado" forman el mismo ángulo con la normal y están contenidos en el mismo plano (leyes de la reflexión): $\hat{i} = \hat{r}$



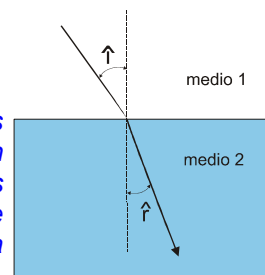
Refracción: Tiene lugar cuando el rayo incide sobre un medio transparente, de modo que la onda puede propagarse por este. En este caso, al tratarse de un medio distinto con distintas características físicas (densidad, compresibilidad, etc.) la velocidad de propagación de la onda cambiará. No ocurre así con su frecuencia, que es la única magnitud que se conserva, pero al

cambiar la velocidad la longitud de onda se verá afectada (alargándose si la velocidad en el nuevo medio es mayor, o acortándose si ocurre lo contrario). Otra consecuencia del cambio de velocidad, es que la marcha del frente de onda (o rayo) cambiará de dirección. La dirección de propagación suele medirse a través del ángulo formado por los rayos incidente y refractado con la normal. Según la ley de Snell, o ley de la refracción, se sabe que:

$$\frac{\text{sen } \hat{i}}{\text{sen } \hat{r}} = \frac{v_1}{v_2}$$

Que nos indica que la relación entre los senos que forman los rayos incidente y reflejado es igual a la relación de velocidades de la onda en los medios de que se trate. Así, el ángulo será mayor en el medio más rápido y menor en los medios más lentos. En óptica suele expresarse esta ley en función de los índices de refracción de los medios, de la

forma:
$$n_1 \cdot \text{sen } \hat{i} = n_2 \cdot \text{sen } \hat{r}$$



b) Evidentemente, en la reflexión, como se indicó antes, al continuar la onda propagándose por el mismo medio nada habrá cambiado. Por consiguiente se mantendrán la velocidad y longitud de onda y por su puesto la frecuencia (que depende únicamente de la fuente luminosa)

Para el caso de la refracción sólo se conservará la frecuencia (color de la luz), que depende de la fuente luminosa. Pero la velocidad, al cambiar de medio, variará y con ello la longitud de onda. Por otro lado, como el frente de onda penetra a un medio con distinta velocidad, se producirá un cambio de dirección.

Podemos apuntar que, siempre que se da una refracción se produce simultáneamente una reflexión y absorción de energía (disipación) por el nuevo medio. De resultados de esto, cabe esperar que la intensidad de la onda incidente (y por tanto la amplitud) se repartirá entre los tres procesos, por lo que la amplitud de la onda refractada siempre será inferior a la de la onda incidente.

3.- a) Se trata de un fenómeno de inducción electromagnética. La sección de la bobina, atravesada inicialmente por un campo magnético, va variando de orientación y con ello el flujo (Φ) que la atraviesa. Como veremos en el siguiente apartado, la rotación de la bobina genera la aparición de una f.e.m inducida, cuyos efectos magnéticos intentan compensar las variaciones de flujo. El flujo a través de la bobina, que viene dado por:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \underbrace{\cos \varphi}_{\text{variable}}$$

Donde φ es el ángulo formado por el vector superficie y el campo magnético. Puesto que la espira realiza un mcu, el ángulo estará relacionado con la frecuencia de giro, del modo:

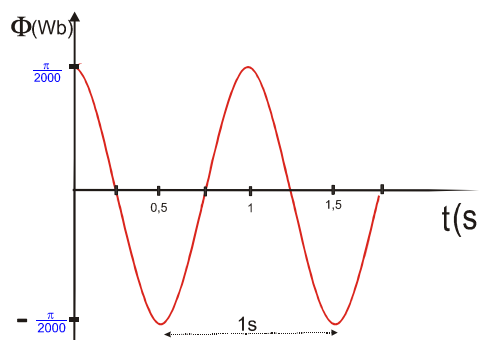
$$\varphi = \omega t + \varphi_0 = 60 \frac{2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} \cdot t = 2\pi t \text{ (rad)} \quad (\text{Al ser } \varphi_0=0, \text{ posición horizontal de inicio})$$

Y el flujo toma la expresión general:

$$\phi = B \cdot S \cdot \cos \varphi = B \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \cos 2\pi t = \underbrace{0,2 \cdot \pi \cdot 0,05^2}_{\frac{\pi}{2000} \text{ (wb)}} \cdot \cos 2\pi t = \frac{\pi}{2000} \cdot \cos 2\pi t \text{ (Wb)}$$

Como: $T = 2\pi/\omega \Rightarrow T = 1 \text{ s}$, por lo que el flujo variará periódicamente cada segundo.

La representación gráfica queda así:



b) La ley de Faraday-Lenz establece que la corriente inducida tiene un sentido tal, que por sus efectos magnéticos (campo magnético inducido) se opone a las variaciones de flujo. En una revolución completa, la bobina se ve sometida a dos aumentos y dos disminuciones de flujo a su través. Pero hay que llamar la atención de que, sin embargo, el cambio de sentido en la corriente inducida se da cuando el flujo pasa de crecer a disminuir a través de la misma cara. Por tanto en cada giro se producirá una oscilación completa de los electrones (corriente alterna).

Matemáticamente, aplicando la ley de Lenz:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = \frac{-d\left(\frac{\pi}{2000} \cdot \cos 2\pi t\right)}{dt} = -\frac{\pi}{2000} \cdot 2\pi \operatorname{sen} 2\pi t = \frac{\pi^2}{1000} \operatorname{sen} 2\pi t \quad (\text{V})$$

$\varepsilon_{\text{máx}}$

Para el instante $t=1$ s, tendremos que: $\varepsilon = \frac{\pi^2}{1000} \frac{\operatorname{sen} 2\pi \cdot 1}{\operatorname{sen} 2\pi=0} = 0 \text{ V}$

Por lo que en ese instante la f.e.m tiene valor nulo, esto es, es un instante en el que la corriente (de naturaleza alterna) está cambiando de sentido.

- 4.- a) El fenómeno descrito se conoce como efecto fotoeléctrico. Para explicarlo hemos de suponer que la radiación incidente consiste en un chorro de partículas, denominadas fotones, que portan una cantidad de energía $E=hf$. Es decir, el contenido energético de cada fotón es múltiplo de la frecuencia de la fuente luminosa. A mayor frecuencia mayor contenido energético poseen los fotones. Para cada metal existe una frecuencia mínima (denominada umbral) a partir de la cual se produce el efecto. Por tanto, los fotones incidentes poseen una energía superior al trabajo de extracción, podrán arrancarle electrones (denominados fotoelectrones).

El exceso de energía del fotón se invierte en energía cinética del electrón arrancado. Por tanto, el balance energético es:

$$hf = W_{\text{ext}} + E_{c,\text{máx}} \quad (*)$$

que significa, que la energía del fotón incidente se invierte en extraer el electrón, y el resto, en incrementar su energía cinética. Como $W_{\text{ext}} = h f_0$ también:

$$hf = hf_0 + E_{c,\text{máx}}$$

En nuestro caso, tenemos dos situaciones conocidas:

$$\begin{aligned} \lambda_a &= 5,890 \cdot 10^{-7} \text{ m} & \rightarrow & E_{c,\text{máx}} = 5,77 \cdot 10^{-20} \text{ J} \\ \lambda_{\text{uv}} &= 2,537 \cdot 10^{-7} \text{ m} & \rightarrow & E_{c,\text{máx}} = 5,036 \cdot 10^{-19} \text{ J} \end{aligned}$$

y, por consiguiente:

$$\begin{aligned} E_{c,\text{uv}} &= h \cdot f_{\text{uv}} - W_{\text{ext}} \\ E_{c,a} &= h f_a - W_{\text{ext}} \end{aligned}$$

que conforma un sistema de ecuaciones donde h y W_{ext} son las incógnitas.

Si restamos, miembro a miembro, las ecuaciones, tenemos:

$$E_{c,\text{uv}} - E_{c,a} = h (f_{\text{uv}} - f_a), \text{ de donde podemos despejar } h:$$

$$h = \frac{E_{c,\text{uv}} - E_{c,a}}{f_{\text{uv}} - f_a} = \frac{E_{c,\text{uv}} - E_{c,a}}{\frac{c}{f_{\text{uv}}} - \frac{c}{f_a}} = \frac{E_{c,\text{uv}} - E_{c,a}}{c \cdot \left(\frac{1}{f_{\text{uv}}} - \frac{1}{f_a}\right)} = 6,624 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

- b) El trabajo de extracción es la energía necesaria para arrancar un electrón del metal y, por consiguiente, la mínima energía que debe poseer un fotón para producir efecto fotoeléctrico.

Sólo hay que dar otro paso con el sistema de ecuaciones anterior, donde ya aparecía el trabajo de extracción, y tenemos: $W_{\text{ext}} = hf - E_{c,\text{máx}} = 2,797 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

OPCIÓN B

- 1.- a) El campo eléctrico \vec{E} , es una magnitud vectorial, cuya dirección y sentido es la fuerza sobre una carga positiva y su módulo coincide numéricamente con el de la fuerza sobre 1 C. Por consiguiente se mide en N/C. Es decir, las líneas de campo eléctrico apuntan en la misma dirección y sentido que el de la fuerza resultante sobre una carga positiva inserta en dicho campo.

El potencial en un punto, por otro lado, es una magnitud escalar. Corresponde con la energía potencial que adquiere una carga positiva, también de 1 C, al ser situada en dicho punto. Se mide en J/C, también conocido como voltio (V).

Existe una relación matemática entre ambas magnitudes, y es que el campo eléctrico en una región del espacio equivale al gradiente del potencial. Matemáticamente:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V \quad ; \text{ y en una dimensión: } \vec{E} = -\frac{dV}{dx}\hat{i}$$

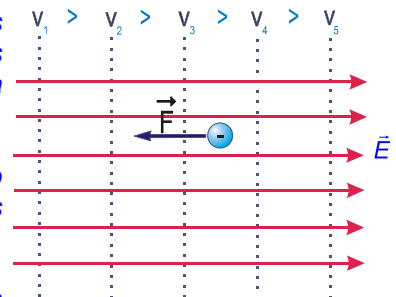
En el caso de que el campo sea uniforme, los diferenciales pueden asociarse a incrementos, y tenemos que:

$$\vec{E} = -\frac{\Delta V}{\Delta x}\hat{i}$$

En cualquier caso, y sea cual sea la expresión que observemos, nos indica que el campo eléctrico es directamente proporcional y de sentido contrario a las variaciones de potencial. Esto supone:

- que si en una región del espacio no existen diferencias de potencial, no existirá fuerza eléctrica.
- que a mayor sea la diferencia de potencial por unidad de longitud, mayor será el campo
- y que las líneas de campo apuntan hacia potenciales decrecientes (dirección en que el potencial disminuye)

- b) Evidentemente sí. Las cargas positivas se mueven según las líneas de campo, y estas apuntan hacia potenciales decrecientes. Por tanto una carga positiva se mueve hacia potenciales decrecientes.

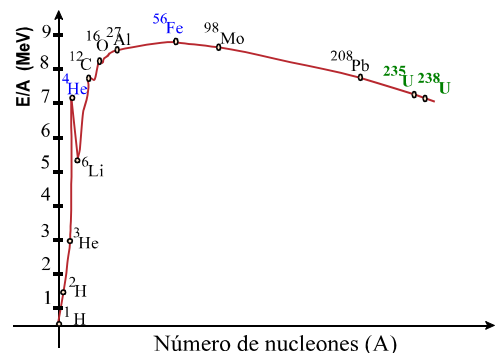


Por el contrario las cargas positivas se mueven en sentido contrario a las líneas de campo, esto es hacia potenciales crecientes.

Podemos asegurar, por tanto, que se trata de una carga negativa. Aunque resulte extraño no lo es. Recordemos que la energía potencial es producto de $q \cdot V$. Por tanto si se trata de una carga negativa, al moverse hacia potenciales crecientes su energía potencial disminuye ya que el producto $\Delta E = q \cdot \Delta V < 0$, al ser $q < 0$.

- 2.- a) El parámetro con el que se identifica la estabilidad nuclear es la energía de enlace por nucleón (E/A), que representa la energía desprendida, en promedio, por cada nucleón en la formación de dicho núcleo. Lógicamente, un mayor valor de E/A supondrá que extraer un nucleón del núcleo será más costoso, por tanto es una medida de la dificultad para desintegrar dicho núcleo y, por tanto, de su estabilidad.

Si confeccionamos un gráfico representando en abscisas el número másico y en ordenadas la energía de enlace por nucleón para cada núcleo, tendríamos un gráfico como el siguiente. Puede observarse que los núcleos más estables son los intermedios, con A entre 40 y 60.



Obviamente los núcleos más estables, los más difíciles de romper, tenderán a mantenerse inalterados. El núclido más estable del universo es el Fe-56, con una $E/A = 8,8$ MeV. Dicha energía va decreciendo gradualmente, hasta los elementos más pesados como el Uranio-235 (7,6 MeV).

Un dato curioso es que para los elementos más ligeros $N \approx Z$, pero para los más pesados la relación N/Z llega hasta 1,5.

b) La energía desprendida, tanto en la fusión como en la fisión tiene el mismo origen: el defecto de masa que se produce en ambos procesos nucleares. La masa que desaparece se transforma en energía según la equivalencia dada por la ecuación de Einstein:

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = (m_{\text{productos}} - m_{\text{reactivos}}) \cdot c^2$$

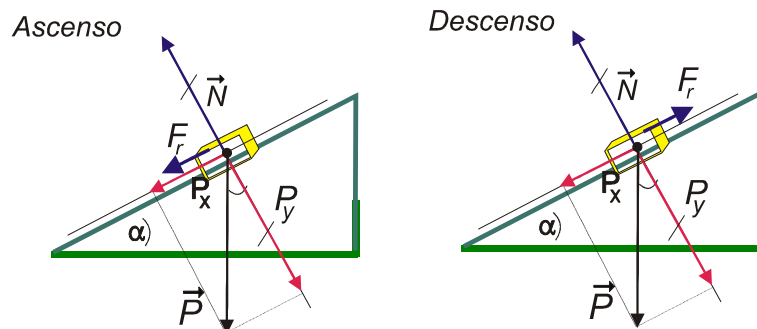
No obstante, la mejor forma de explicar la energía puesta en juego en estos procesos es a través de la gráfica de estabilidad nuclear.

La fusión consiste en la unión de dos núcleos ligeros, el resultado es un gran desprendimiento de energía ya que la estabilidad nuclear (E/A) del núcleo generado es muy superior a la de los núcleos iniciales.

En el caso de la fisión, lo que ocurre es que un núcleo pesado (como el U-235) se rompe en dos más ligeros. Para que se dé el proceso, es necesario bombardear (normalmente con neutrones) el núcleo a fisionar. Los núcleos generados son más estables, con mayor E/A , y se produce el desprendimiento de la energía correspondiente a la diferencia entre ambos núcleos y el núcleo fisionado. Para el caso del U-235 es del orden de 200 MeV por núcleo.

- 3.- a) Las fuerzas actuantes son: el peso, la normal y el rozamiento. Ahora bien, para la resolución del problema, y dado que la masa se moverá sobre el plano, es interesante descomponer la fuerza peso en sus componentes P_x y P_y .

La normal y P_y se contrarrestan, no participando en el rozamiento, aunque su valor está relacionado con el del rozamiento, que es proporcional a la normal. El rozamiento es la única fuerza que cambia su sentido en esta situación, ya que se opone al movimiento.



Cálculos:

$$P_x = mg \cdot \text{sen} \alpha = 10 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot \text{sen } 30^\circ = 50 \text{ N}$$

$$P_y = N = mg \cdot \text{cosa} = 10 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot \text{cos } 30^\circ = 86,6 \text{ N}$$

$$F_r = \mu N = m g \cdot \text{cosa} = 0,1 \cdot 86,6 \text{ N} = 8,66 \text{ N}$$

Por supuesto, se cumple el principio de conservación de la energía, que es un principio universal. La energía total se conserva, si bien se producen transformaciones de unas formas a otras y, en este caso, disipación de una parte en forma de calor. El resultado es que la caja pierde, efectivamente, energía mecánica. Pero no es energía extinguida, ya que simplemente se está transformando en calor como consecuencia de la fricción entre la caja y el plano.

b) Puesto que actúa el rozamiento, que es una fuerza no conservativa, se cumplirá que:

$$E_{m,F} = E_{m,F} + W_{no,cons}$$

Llamando Δx al desplazamiento desde la base del plano hasta el punto más elevado que alcanza el bloque, podemos escribir:

$E_{p,F} = E_{c,o} + W_{roz}$; y desarrollando tenemos:

$$m \cdot g \cdot \underbrace{h}_{\text{sen}\alpha \cdot \Delta x} = \frac{1}{2} m v_0^2 + \underbrace{\mu mg \cdot \cos \alpha}_{N} \cdot \underbrace{\Delta x \cdot \cos 180^\circ}_{-1}$$

$$m g \text{sen} \alpha \cdot \Delta x = \frac{1}{2} m v_0^2 - \mu m g \cdot \cos \alpha \cdot \Delta x$$

Agrupando términos, podemos determinar la distancia que la caja ascenderá (y luego descenderá):

$$g \text{sen} \alpha \cdot \Delta x + \mu g \cdot \cos \alpha \cdot \Delta x = \frac{1}{2} v_0^2;$$

$$g \Delta x (\text{sen} \alpha + \mu \cdot \cos \alpha) = \frac{v_0^2}{2};$$

$$\Delta x = \frac{v_0^2}{g(\text{sen} \alpha + \mu \cdot \cos \alpha)} = \frac{(5 \frac{m}{s})^2}{10 \frac{m}{s^2} \cdot (\text{sen} 30^\circ + 0,1 \cdot \cos 30^\circ)} = 2,13 m$$

Y por tanto el trabajo realizado por el rozamiento es:

$$W_{roz} = F_r \cdot \Delta x \cdot \cos 180^\circ = -F_r \cdot \Delta x = -8,66 \text{ N} \cdot 2,13 \text{ m} = \underline{\underline{-18,5 \text{ J}}}$$

- 4.- Se trata de una onda unidimensional transversal, por lo que su ecuación viene dada por la expresión general:

$$y(x,t) = A \text{sen}(\omega t \pm kx + \phi_0)$$

Del enunciado se deduce que:

$$A = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$$

$$f = 20 \text{ Hz y por tanto } T = 1/20 \text{ s} \rightarrow \text{ de donde: } \omega = 2\pi f = 40 \pi \text{ rad/s}$$

El número de ondas (k) podemos calcularlo del dato de la velocidad de onda y el periodo:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{v \cdot T} = \frac{2\pi \text{ rad}}{2 \frac{m}{s} \cdot \frac{1}{20} \text{ s}} = 20\pi \text{ m}^{-1}$$

Tomaremos $\phi_0 = 0 \text{ rad}$, ya que vamos a utilizar la expresión senoidal y nos dicen que el foco se encuentra inicialmente en la posición de equilibrio.

Y finalmente tenemos que utilizar el signo + en el paréntesis, criterio convenido para ondas que se mueven de derecha a izquierda.

Por consiguiente, la ecuación de onda es:

$$y(x,t) = 0,1 \cdot \text{sen}(40\pi t + 20\pi x) \text{ (S.I.)}$$

b) La velocidad se define como el ritmo con que cambia la posición de un móvil. En el caso del movimiento ondulatorio, cada partícula del medio oscila entre dos puntos extremos, cambiando dos veces de sentido en cada periodo (T). Como disponemos de la ecuación de la elongación, esto es la ecuación que nos indica la posición de cada una de las partículas del medio en cada instante, la velocidad de vibración se obtiene por derivación:

$$v(x,t) = dy(x,t)/dt = 0,1 \cdot 40\pi \cdot \cos(40\pi t + 20\pi x) \text{ (S.I.)}$$

Esta es la ecuación general de la velocidad. Para conocer la velocidad con que oscila el punto solicitado ($x=1 \text{ m}$) en el tiempo indicado ($t=3\text{s}$), sólo hay que introducir valores en la ecuación general:

$$v(x,t) = 4\pi \cdot \cos(40\pi \cdot 3 + 20\pi \cdot 1) = 4\pi \text{ m/s} \approx \mathbf{12,6 \text{ m/s}}$$