

Las cargas eléctricas pueden originar tres tipos de fenómenos físicos:

- a) Los fenómenos **electrostáticos**, cuando están en reposo.
- b) Las **corrientes eléctricas** y
- c) los fenómenos **electromagnéticos**, cuando están en movimiento.

Los fenómenos **electrostáticos** han sido estudiados en el tema anterior. Ahora vamos a introducirnos en los fenómenos **electromagnéticos**, pero recordando antes el concepto de **corriente eléctrica**.

Intensidad de corriente

Hemos definido el coulomb, así como la fuerza que genera un par de cargas eléctricas aisladas. En la vida cotidiana rara vez nos encontraremos con esta situación. Normalmente nos encontramos con cuerpos atravesados por infinidad de cargas, es decir, **corrientes eléctricas**. La corriente eléctrica en los conductores es debida a los **electrones**, que circulan desde el ánodo al cátodo, sin embargo, históricamente se da a la corriente el sentido contrario (cátodo, polo (+) ---> ánodo, polo (-)).

La magnitud física fundamental en toda corriente eléctrica es la **intensidad de corriente eléctrica**, o cantidad de carga que atraviesa un conductor en la unidad de tiempo:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

La unidad de corriente eléctrica es el **Amperio**.

Una vez que conocemos la composición de un circuito elemental, y las magnitudes que lo caracteriza, V e I, podemos definir la llamada **Ley de Ohm**:

$$V = I R$$

"La diferencia de potencial (V) entre los extremos de un conductor metálico es directamente proporcional a la intensidad que circula por él, siendo la constante de proporcionalidad la **resistencia eléctrica** que ofrece el conductor al paso de los electrones a su través".

La **resistencia** eléctrica (R) depende de la longitud y superficie del conductor:

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

$\rho \equiv$ **resistividad** eléctrica (característico de cada material).

A menor resistividad, menor resistencia del conductor al paso de la corriente eléctrica.

La unidad de **resistencia** eléctrica es el **ohmio** (Ω). La de **resistividad** eléctrica es ($\Omega \text{ m}$).

Circuitos en Serie y en Paralelo

Existen dos formas de conectar las resistencias externas de un circuito:

1) **Circuitos en serie**. Características:



a) La resistencia equivalente es: $R = R_1 + R_2 + \dots$

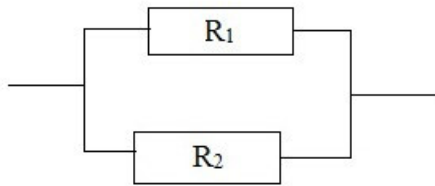
b) $I = I_1 = I_2 = \dots$

c) En general: $V_1 \neq V_2 \neq \dots$



$$\left. \begin{array}{l} V_1 = I \cdot R_1 \\ V_2 = I \cdot R_2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{si } R_1 \neq R_2 \neq \dots \implies V_1 \neq V_2 \neq \dots \\ \text{si } R_1 = R_2 = \dots \implies V_1 = V_2 = \dots \\ \text{siendo } V = V_1 + V_2 + \dots \end{array}$$

2) **Circuitos en paralelo.** Características:



a) La resistencia equivalente es: $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

b) $V_1 = V_2 = V$.

c) En general: $I_1 \neq I_2 \neq \dots$

$$\left. \begin{array}{l} I_1 = \frac{V}{R_1} \\ I_2 = \frac{V}{R_2} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{si } R_1 \neq R_2 \neq \dots \implies I_1 \neq I_2 \neq \dots \\ \text{si } R_1 = R_2 = \dots \implies I_1 = I_2 = \dots \\ \text{siendo } I = I_1 + I_2 + \dots \end{array}$$

Trabajo y potencia eléctrica desarrollados en una resistencia

Habíamos visto que el trabajo eléctrico tomaba la forma: $W = -q \Delta V$

Sí aplicamos a esta expresión la ley de Ohm obtenemos otras expresiones del trabajo eléctrico desarrollado sobre o por una resistencia:

$$W = qV = qIR = ItV = I^2 R t = \frac{V^2}{R} t$$

Como sabemos la potencia se define como "el trabajo desarrollado por un cuerpo en la unidad de tiempo", por ello, la potencia eléctrica puede tomar los valores:

$$P = \frac{dW}{dt} = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R}$$

Leyes de Kirchoff

Las leyes de Kirchoff son una herramienta poderosa para resolver los problemas de **corriente continua**. Para enunciarlas es necesario fijar tres conceptos:

1) **Malla o circuito.** Es todo circuito cerrado que podamos considerar.

2) **Nudo o conexión.** Son aquellos puntos donde **concurren** los terminales de más de dos elementos.

3) **Rama.** Es la parte de un circuito comprendida entre dos nudos.

Una vez definidos los conceptos de **malla, nudo y rama**, estamos en condiciones para poder definir las leyes de **Kirchoff**:

1ª Ley de Kirchoff. Ley de las mallas.

La suma algebraica de las f.e.m., o potenciales, debidas a los generadores es igual a la suma algebraica de los productos $R_i I_i$ (caídas de tensión) extendida a los conductores que forman la malla.

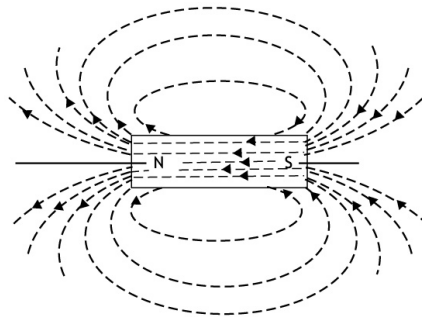
2ª Ley de Kirchoff. Ley de los nudos.

La suma de las intensidades que entran en un nudo es igual a la suma de las intensidades que salen de él. Esto significa que en ningún caso se puede acumular carga eléctrica en los circuitos, salvo en los generadores, garantizándose la **conservación de la carga**.

ELECTROMAGNETISMO

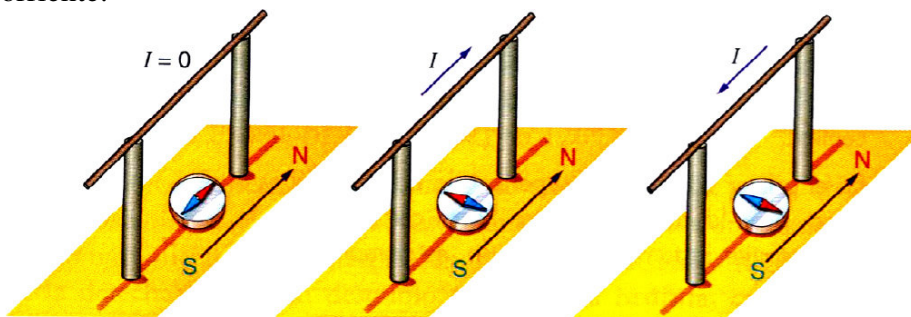
Los fenómenos magnéticos se conocen desde la Antigüedad. Así, en la Grecia clásica ya se conocían algunas sustancias como la magnetita (Fe_3O_4) que podían atraer pequeños trozos de hierro. A tales sustancias se les denominó imanes naturales; los imanes artificiales son aquellas sustancias (acero, hierro, níquel, etc) que tienen propiedades magnéticas si se las frota con imanes naturales. Ya se trate de uno u otro tipo, todos los imanes presentan las siguientes propiedades:

- Presentan la máxima atracción o repulsión en los extremos o polos magnéticos. Existe una zona neutra que no ejerce ningún tipo de interacción (generalmente, el centro del imán).
- Los polos se conocen con los nombres de polo norte (N) y polo sur (S), representados con los colores azul y rojo respectivamente, por semejanza con los polos norte y sur del planeta Tierra.
- Los polos no se pueden separar, es decir, por pequeño que sea, un imán presentará siempre dos polos (no existen los monopolos magnéticos).
- Los polos del mismo nombre se repelen y los de distinto nombre se atraen.
- El campo magnético $\vec{B}$ (intensidad del campo en un punto) da lugar a **líneas de fuerzas** cerradas, muy distinta a las de campo gravitatorio y eléctrico, que eran abiertas:



El magnetismo comenzó a ser estudiado de forma rigurosa a finales del siglo XVI-XVII y principios del XIX. Así, el físico danés Hans Christian Oersted realizó en el año 1819 un experimento para estudiar los efectos de las corrientes eléctricas sobre los imanes.

Colocó una aguja imantada paralelamente a un conductor; observó entonces que la aguja se desviaba de su posición inicial cuando por el conductor circulaba una corriente eléctrica, tendiendo a colocarse perpendicularmente a la dirección del conductor. El sentido de la desviación cambiaba si también lo hacía el sentido de la corriente:



De dicho experimento dedujo que la corriente eléctrica, cargas en movimiento, produce fuerzas magnéticas.

En 1831, Michael Faraday observó el efecto recíproco: aproximando y alejando un imán a un conductor, entonces en éste se origina una corriente eléctrica. Ambos descubrimientos supusieron el inicio de una nueva rama de la Física llamada Electromagnetismo.

Sabemos que los electrones que forman parte de los átomos giran alrededor del núcleo y sobre sí mismos; estos movimientos dan lugar a campos magnéticos, de manera que todos los electrones de un átomo pueden ocasionar que el átomo posea, en conjunto, un campo magnético resultante y que se comporte como un pequeño imán. A los imanes atómicos se les llama dipolos magnéticos, y son los responsables

del magnetismo natural de muchas sustancias. Ahora bien, en ausencia de un imán externo todos estos dipolos magnéticos suelen estar orientados al azar, de manera que sus efectos se compensan y la sustancia no tendrá propiedades magnéticas.

Dependiendo del comportamiento magnético de la sustancia, éstas pueden clasificarse de la siguiente manera:

- 1) Sustancias **diamagnéticas**: presentan magnetización sólo por efecto de distorsión del movimiento electrónico de sus átomos. Son repelidas débilmente por un imán, pues algunos dipolos magnéticos se orientan en sentido contrario al campo magnético exterior. Ejemplos: Cu, Ag, Pb...
- 2) Sustancias **paramagnéticas**: presentan magnetización por efecto de alineación de sus dipolos magnéticos, aunque dicha alineación es muy débil. Son atraídas débilmente por un imán y apenas se imantan. Ejemplos: Al, Pt, Mg, O...
- 3) Sustancias **ferromagnéticas**: presentan magnetización incluso en ausencia de un campo magnético exterior. Son fuertemente atraídas por un imán y fácilmente imantables. Constan de pequeñas regiones, llamadas dominios magnéticos, en las cuales todos los dipolos magnéticos tienen la misma orientación. En presencia de un campo magnético exterior, la mayoría de dichos dominios se orienta en la misma dirección y sentido que el imán exterior. En algunas sustancias, como el acero, los dipolos magnéticos no suelen volver a su posición inicial tras cesar el campo magnético (magnetismo permanente), por lo que suelen utilizarse para fabricar imanes permanentes o soportes magnéticos para almacenar información (discos duros, grabadoras,...). Ejemplos de sustancias ferromagnéticas son el hierro, cobalto, níquel,... y todas sus aleaciones.

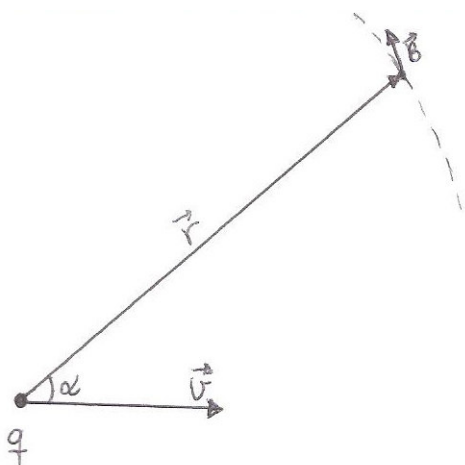
FUERZA DE UN CAMPO MAGNÉTICO SOBRE UNA CARGA MÓVIL: FUERZA DE LORENTZ

En este momento vamos a comenzar el estudio de los fenómenos **electromagnéticos**, relativos a las corrientes eléctricas y a los imanes. Experimentalmente, experiencia de Oersted, se obtiene que " toda carga eléctrica en movimiento crea a su alrededor un campo eléctrico y otro magnético: los conductores por donde circula una corriente eléctrica llevan asociados ambos campos. "

Por supuesto, las cargas eléctricas en reposo sólo originan **campos electrostáticos**, que ya han sido estudiados, por lo que ahora nos dedicaremos al estudio del **campo magnético** asociado a las cargas eléctricas en movimiento, y a las corrientes eléctricas. A los campos magnéticos se les representan con la letra B.

¿Cuál es la expresión del campo magnético?

Consideremos una carga eléctrica q en movimiento rectilíneo y con velocidad v. Experimentalmente se comprueba que el campo magnético B que crea en un punto a una distancia r de ella toma el valor:



$$B = \frac{\mu}{4\pi} \frac{q v \sin \alpha}{r^2}, \text{ unidades de B: } [B] = \text{Tesla}$$

Siendo μ la permeabilidad magnética del medio, tomando el valor de $1,256 \cdot 10^{-6} \text{ N A}^{-2}$ en el vacío, μ_0 .

$$B = \frac{\mu}{4\pi} \frac{q v \sin \alpha}{r^2} \frac{r}{r} \implies \vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{q (\vec{v} \times \vec{r})}{r^3}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{dq (\vec{v} \times \vec{r})}{r^3} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{dq \left(\frac{d\vec{l}}{dt} \times \vec{r} \right)}{r^3} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{dq}{dt} \frac{(d\vec{l} \times \vec{r})}{r^3}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{I (d\vec{l} \times \vec{r})}{r^3} \quad 2^{\text{a}} \text{ Ley de Laplace}$$

En este momento debemos hacernos la siguiente pregunta: ¿qué fuerza actúa sobre una carga en movimiento situada en un campo magnético $\vec{B}$?

Al igual que en el campo eléctrico, la carga q es la magnitud causante del campo, por tanto, en la expresión de la fuerza magnética debe aparecer dicha magnitud. Se puede comprobar experimentalmente:

$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$ Fuerza que actúa sobre un conductor sometido a un campo magnético.

$$d\vec{F} = dq(\vec{v} \times \vec{B}) = dq \left(\frac{d\vec{l}}{dt} \times \vec{B} \right) = \frac{dq}{dt} (d\vec{l} \times \vec{B})$$

$$d\vec{F} = I (d\vec{l} \times \vec{B}) \quad 1^{\text{a}} \text{ Ley de Laplace}$$

Sin embargo, hemos dicho que el campo magnético es creado por una ó más cargas en movimiento, por lo que en realidad, cuando " una carga q con velocidad v entra en contacto con un campo magnético $\vec{B}$, también se verá sometida a un campo eléctrico $\vec{E}$, siendo la fuerza total que sobre ella actúa, la llamada fuerza de Lorentz:

$$\vec{F} = q \vec{E} + q(\vec{v} \times \vec{B})$$

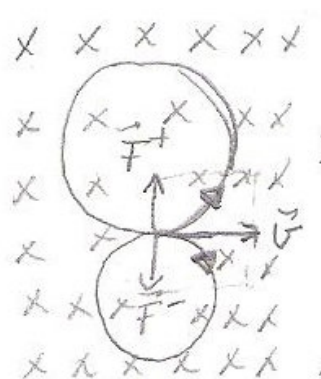
Movimiento de partículas cargadas dentro de un campo magnético uniforme

Una característica importante de la fuerza magnética $\vec{F}$ que actúa sobre una partícula de masa m y carga q que se mueve en el seno de un campo magnético uniforme $\vec{B}$ es que su dirección siempre es perpendicular a la velocidad de la partícula $\vec{v}$. La fuerza magnética sólo modifica la dirección de la velocidad, pero no su módulo. Se comporta como una fuerza centrípeta.

La fuerza magnética no realiza trabajo sobre la partícula y la energía cinética de ésta no se ve afectada.

Veamos que ocurre cuando una carga eléctrica entra en el interior de un campo magnético:

- 1) La partícula penetra **paralela al campo magnético**. Su velocidad no es afectada, continuando con **movimiento rectilíneo uniforme**.
- 2) La partícula penetra **perpendicularmente al campo magnético**. Describe un **movimiento circular uniforme**:



$$q \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{r} \implies \boxed{r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}}$$

$$v = \frac{q \cdot B \cdot r}{m} = \omega \cdot r \implies \omega = \frac{q \cdot B}{m} = \frac{2\pi}{T} \implies$$

$$\boxed{T = \frac{2\pi \cdot m}{q \cdot B}}$$

La velocidad angular (ω), el período (T) y la frecuencia ($f = \frac{1}{T}$) son independientes del radio de la trayectoria y de la velocidad de la carga eléctrica, solo dependen de la relación carga/masa de la partícula y del módulo del campo magnético.

- 3) La partícula penetra oblicuamente al campo magnético. Describe la partícula un movimiento helicoidal, tomando su radio y su período los valores:

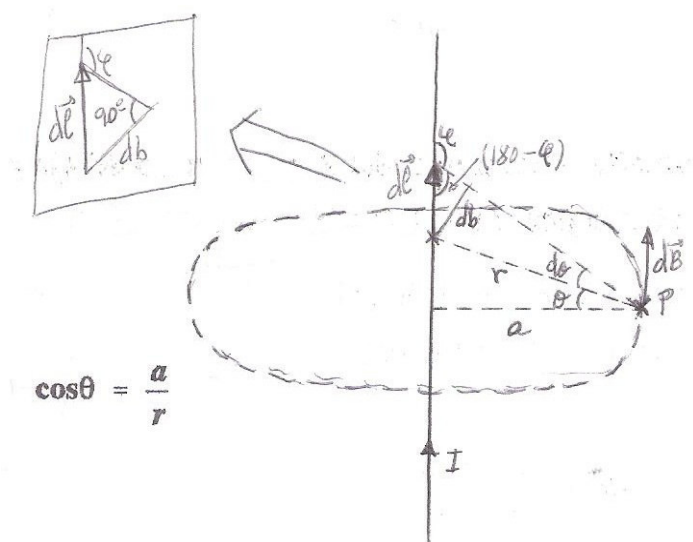
$$r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B \cdot \sin \theta}$$

siendo θ el ángulo que forman $\vec{v}$ y $\vec{B}$.

$$T = \frac{2\pi \cdot m}{q \cdot B \cdot \sin \theta}$$

Algunas aplicaciones

- 1) Campo magnético creado por una corriente rectilínea indefinida.



$$d\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{I (d\vec{l} \times \vec{r})}{r^3}$$

$$dB = \frac{\mu}{4\pi} \frac{I dl \sin \phi}{r^2}$$

$$\left. \begin{aligned} \sin(180 - \phi) &= \sin \phi \\ \sin \phi &= \frac{db}{dl} \end{aligned} \right\} \sin \phi = \frac{db}{dl}$$

$$\sin d\theta \approx d\theta \quad \sin \theta = \frac{db}{r} \approx d\theta \implies db = r d\theta$$

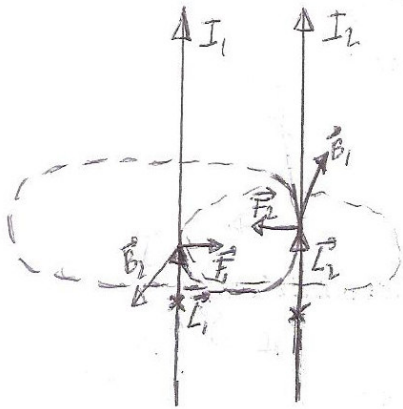
$$dB = \frac{\mu}{4\pi} I \frac{db}{r^2} = \frac{\mu}{4\pi} I \frac{r d\theta}{r^2} = \frac{\mu}{4\pi} I \frac{d\theta}{r} = \frac{\mu}{4\pi} I \frac{d\theta}{a / \cos \theta} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{I \cos \theta}{a} d\theta$$

$$B = \frac{\mu \cdot I}{4\pi \cdot a} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta \cdot d\theta = \frac{\mu \cdot I}{4\pi \cdot a} [\sin \theta]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\mu \cdot I}{4\pi \cdot a} \frac{\mu \cdot I}{4\pi \cdot a} \left(\sin \frac{\pi}{2} - \sin \left(-\frac{\pi}{2} \right) \right)$$

$$B = \frac{\mu}{2\pi \cdot a} \cdot I$$

- 2) Fuerza con que se atraen o repelen dos conductores lineales paralelos recorridos por las corrientes I_1 e I_2 .

Utilizando el resultado anterior y suponiendo que el conductor con intensidad I_2 sufre una fuerza F debida al campo B_1 creado en sus inmediaciones por el otro conductor, la forma de dicha fuerza será:

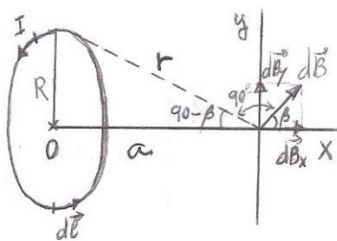


$$\vec{F}_2 = I_2 (\vec{L} \times \vec{B}_1) \implies F_2 = \mu \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \frac{L}{2\pi \cdot r}$$

Lo mismo ocurre con el cuerpo con intensidad I_1 :

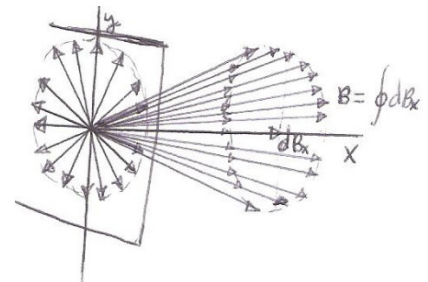
$$\vec{F}_1 = I_1 (\vec{L} \times \vec{B}_2) \implies F_1 = \mu \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \frac{L}{2\pi \cdot r}$$

3) Campo magnético creado por un circuito circular de radio R en un punto del eje y a una distancia a de su centro, cuando circula por él una intensidad de corriente I .



Hemos visto que la expresión del campo magnético elemental es de la forma:

$$d\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{I \cdot (d\vec{l} \times \vec{u}_r)}{r^2}$$



Descomponiendo el vector $d\vec{B}$ en los ejes X e Y se observa que las componentes dB_y se anulan por pares, figura derecha. En cuanto a la componente dB_x toma el valor:

$$dB_x = \frac{\mu}{4\pi} \frac{I dl}{r^2} \cos \beta$$

De la figura se deduce:

$$r^2 = R^2 + a^2 \quad \text{y} \quad \cos \beta = \sin(90^\circ - \beta) = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + a^2}}$$

Sustituyendo, tenemos:

$$dB_x = \frac{\mu I R}{4\pi (R^2 + a^2)^{3/2}} dl$$

Ahora hemos de integrar para todo el circuito:

$$B_x = \int dB_x = \frac{\mu I R}{4\pi (R^2 + a^2)^{3/2}} \int dl = \frac{\mu I R}{4\pi (R^2 + a^2)^{3/2}} 2\pi R$$

Y simplificando:

$$B_x = \frac{\mu I R^2}{2 (R^2 + a^2)^{3/2}}$$

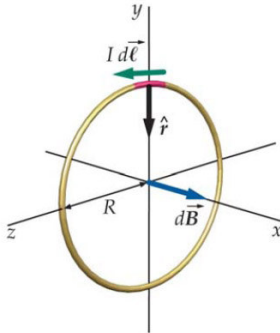
Como el vector campo magnético en este caso sólo tiene componente $X \implies B = B_x \implies$

$$B = \frac{\mu I R^2}{2 (R^2 + a^2)^{3/2}}$$

Si tenemos un arrollamiento de n espiras, y suponiendo que es plano, el campo magnético creado por él en un punto del eje a una distancia a será:

$$B = \frac{\mu n I R^2}{2 (R^2 + a^2)^{3/2}}$$

4) Campo magnético producido por una corriente circular en su centro.



$$d\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{I \cdot (d\vec{l} \times \vec{u}_r)}{r^2} \implies dB = \frac{\mu}{4\pi} \frac{I \cdot dl \cdot \sin 90^\circ}{r^2} \implies$$

$$B = \frac{\mu}{4\pi \cdot r^2} \cdot \int dl \implies B = \frac{\mu}{4\pi \cdot r^2} \cdot 2\pi \cdot r \implies$$

$$B = \frac{\mu \cdot I}{2 \cdot r}$$

En el caso de existir N espiras:

$$B = \frac{\mu \cdot N \cdot I}{2 \cdot r}$$

¿Como se comportan las espiras frente a la acción de un campo magnético?

Hemos visto como una corriente eléctrica que atraviesa un conductor circular crea un campo magnético. Este campo magnético creado da lugar, al igual que en un imán, a una cara Polo Sur y otra Polo Norte.

El comportamiento magnético de una espira se mide mediante una nueva magnitud física llamada **momento magnético**, característica de cada espira y definido por la magnitud vectorial $\vec{m}$:

$$\vec{m} = I \cdot \vec{S}$$

"El momento magnético de una espira de área S recorrida por una corriente I es el vector que se obtiene al multiplicar la intensidad I por el vector $\vec{S}$. "

Esta magnitud es una medida de la respuesta de la espira a los campos magnéticos: supongamos una espira de momento magnético $\vec{m}$ situada en el seno de un campo magnético $\vec{B}$. La espira se ve sometida instantáneamente a un par de fuerzas que la hace girar hasta adquirir una posición de equilibrio dentro del campo $\vec{B}$. El momento del par que hace girar a la espira toma la forma:

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$$

siendo dicho momento el responsable del giro del eje de los motores eléctricos.

Teorema de Ampere

Hemos visto algunos ejemplos característicos de formación de campos magnéticos, pero ahora nos debemos preguntar: ¿es conservativo el campo magnético?

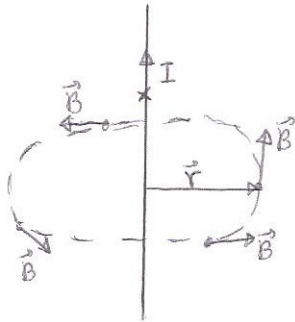
Si así fuese, se vio que la circulación de la magnitud vectorial que crea el campo es cero:

$$\oint \vec{g} \cdot d\vec{r} = 0 \implies \vec{g} = -\frac{dV}{d\vec{r}} \quad \text{campo gravitatorio}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0 \implies \vec{E} = -\frac{dV}{d\vec{r}} \quad \text{campo eléctrico}$$

¿Qué ocurre en el caso de los campos magnéticos?

Consideremos para ello un hilo de corriente rectilíneo, visto anteriormente:



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint B \, dl = \oint \frac{\mu}{2\pi r} I \, dl = \frac{\mu}{2\pi r} I \oint dl = \frac{\mu}{2\pi r} I 2\pi r = \mu I$$

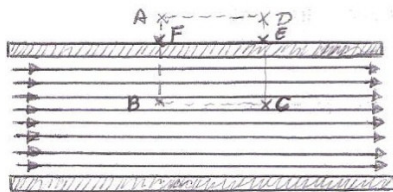
$$\boxed{\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu I} \quad \text{Ley de Ampere}$$

Ley de Ampere: "La circulación del vector $\vec{B}$ a lo largo de una línea cerrada es directamente proporcional a la intensidad de corriente que crea el campo (supuesta I constante)."

Este resultado es válido para cualquier campo magnético, para cualquier corriente eléctrica constante y para cualquier trayectoria cerrada que se elija para la integración. Esto nos dice, además, que el campo magnético **no es conservativo**.

Aplicaciones del teorema de Ampere

- 1) **Campo magnético en el interior de un solenoide recto y largo con n espiras por unidad de longitud, recorridas por una intensidad I .**



$$\oint_{ABCD} B \, dl = \mu n L I$$

$$\oint_{ABCD} B \, dl = \int_A^F B \, dl + \int_F^B B \, dl + \int_B^C B \, dl + \int_C^E B \, dl + \int_E^D B \, dl + \int_D^A B \, dl$$

Como el campo $\vec{B}$ es nulo fuera del solenoide, ocurre:

$$\int_A^F B \, dl = \int_E^D B \, dl = \int_D^A B \, dl = 0$$

En los tramos FB y CE los vectores $\vec{B}$ y $d\vec{l}$ son perpendiculares, por lo cual su producto escalar es cero:

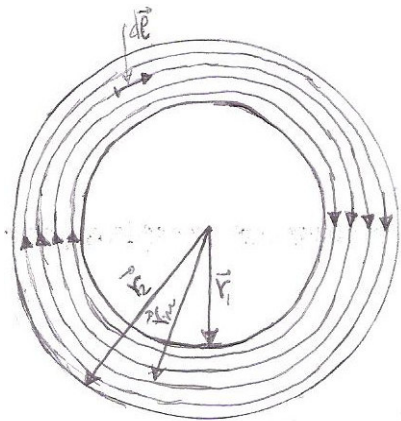
$$\int_F^B B \, dl = \int_C^E B \, dl = 0$$

Así, la integral inicial quedaría:

$$\oint_{ABCD} B \, dl = \int_B^C B \, dl = B \int_B^C dl = B L = \mu n L I$$

$$\left. \begin{aligned} B &= \mu n I \\ n &= \frac{N}{l} \implies N = n l \end{aligned} \right\} \implies \boxed{B = \frac{\mu N I}{l}}$$

- 2) **Campo magnético en el interior de una bobina toroidal de N espiras recorridas por una intensidad I.**
Supondremos que la diferencia entre el radio externo e interno del toroide es despreciable frente al radio interno.



Aplicamos la ley de Ampere a una curva cuyo radio es el radio medio. Como los vectores $\vec{B}$ y $d\vec{l}$ son paralelos:

$$\oint B dl = B 2\pi r_m = \mu N I$$

$$\boxed{B = \frac{\mu N I}{2\pi r_m}}$$

Fuera del toroide el campo magnético es cero.

Flujo magnético

Habíamos definido el flujo de un vector a través de una superficie como el número de líneas de fuerzas que atraviesan dicha superficie. Matemáticamente esto se expresará:

$$\phi = \int_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_s B \cdot \cos \alpha \cdot dS \quad \text{siendo las unidades del flujo } (\phi) \text{ el Webber (Wb).}$$

Las líneas de fuerza del campo $\vec{B}$ son cerradas sobre sí mismas, salen del Polo Norte y entran en el Polo Sur, cerrándose por dentro, en un imán. Esto lleva a una de las ecuaciones mejor establecida de la Física, siendo debida a Maxwell:

$$\oint \vec{B} d\vec{S} = 0$$

"El flujo del campo magnético $\vec{B}$ a través de una superficie cerrada vale cero.": las líneas del campo $\vec{B}$ son cerradas sobre sí mismas, por tanto, no existen ni fuentes ni sumideros de dicho campo (no existen los polos magnéticos separados).

Relaciones de comparación entre $\vec{E}$ y $\vec{B}$

Tanto la ley de Coulomb como el teorema de Gauss conducen a un mismo resultado, a saber, el campo $\vec{E}$ es conservativo. Además, el flujo de $\vec{E}$ a través de una superficie cerrada es igual a la carga que encierra por la inversa de la permeabilidad eléctrica (ϵ):

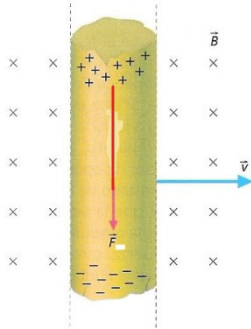
$$\oint \vec{E} d\vec{r} = 0 \implies \oint \vec{E} d\vec{S} = q/\epsilon \implies \vec{E} = -\vec{\nabla} V$$

El campo magnético $\vec{B}$ no es conservativo, por lo cual, este no deriva de un potencial escalar. Esto se expresa:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu I \implies \oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Inducción electromagnética

Hemos visto como una corriente eléctrica puede crear un campo magnético. ¿Podría ocurrir el proceso inverso?, es decir, ¿podrán crear corrientes eléctricas los campos magnéticos? Esto fue observado por Faraday y Henry, independientemente el uno del otro en 1831:



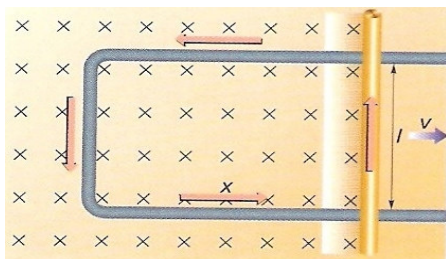
Al desplazar la barra conductora dentro del campo magnético se observa en ella la aparición de una fuerza electromotriz, fem, (potencia que debe consumir un circuito para que en él circule una corriente de un Amperio). Esta es la llamada **INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA**.

El conductor posee electrones libres que en su movimiento en el campo se ven sometidos a la fuerza:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) \implies F = q v B$$

Fuerza dirigida hacia la parte inferior del conductor, produciéndose una acumulación de carga (+) en la parte superior.

Vamos a conectar los extremos del conductor móvil a un bastidor metálico en forma de U:



$$\Delta S = l \cdot \Delta x = l \cdot v \cdot \Delta t$$

Aparece inmediatamente una corriente eléctrica que circulará por el sistema en el sentido de las agujas del reloj, tendiendo a disminuir el exceso de carga que existe en los extremos del conductor móvil. Mientras se desplaza el conductor se mantiene la corriente en el sentido indicado, es decir, entre sus extremos se ha inducido una fuerza electromotriz.

¿Cómo se calcula esta fem?

Veamos, para ello, el trabajo ejercido por la "fuerza magnética" al desplazar una carga q a lo largo de una longitud l:

$$\left. \begin{aligned} W &= F \cdot l = q \cdot v \cdot B \cdot l \\ \varepsilon &= \frac{W}{q} = v \cdot B \cdot l \end{aligned} \right\} \boxed{\varepsilon = v \cdot B \cdot l}$$

Por otra parte, el flujo magnético producido en el tiempo δt al desplazar el conductor metálico sería:

$$d\phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot dS \cdot \cos 0^\circ = B \cdot dS$$

$$\int d\phi = \int B \cdot dS \implies \Delta\phi = B \cdot \Delta S$$

$$\Delta\phi = B \cdot l \cdot v \cdot \Delta t \implies \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = B \cdot l \cdot v$$

Así llegamos al mismo resultado obtenido experimentalmente por Faraday-Henry:

$$\boxed{\varepsilon = - \frac{d\phi}{dt}}$$

"La **tensión de la corriente eléctrica inducida** que tiene lugar en una espira o bobina, llamada incorrectamente fuerza electromotriz inducida o fem, debida a fenómenos de inducción electromagnética es igual a la variación respecto del tiempo del flujo magnético que atraviesa la espira, cambiada de signo."

El signo (-) tiene su origen en una ley inercial que rige el campo magnético y que se llama LEY de LENZ, según la cual el sentido de la corriente inducida es tal que tiende a oponerse a la causa que la produce.

Causas que originan variación de flujo magnético, y por tanto, se crea corriente inducida:

- 1) Imán acercándose o alejándose de una bobina y viceversa.
- 2) Imán girando en el interior de una bobina y viceversa.
- 3) Bobina recorrida por una corriente alterna en las proximidades de otra. Transformadores.

Autoinducción

En el ejemplo anterior, se observó que la variación en la intensidad de la corriente que pasa por un circuito crea un campo magnético que sufre análogas variaciones que la corriente. Como consecuencia de ello, aparece una variación en el flujo magnético a través del propio circuito, apareciendo en el mismo circuito una fem de inducción, que tiende a oponerse a la causa que la produjo (a la variación del flujo a través del propio circuito), y por tanto, nace una **CORRIENTE AUTOINDUCIDA**, cuyo sentido será el de la corriente variable en el circuito si la intensidad disminuye, o contrario cuando tiende a aumentar:

$$\varepsilon = - N \cdot \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \cdot \frac{\Delta I}{\Delta I} = - N \cdot \frac{\Delta\phi}{\Delta I} \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} \implies \varepsilon = - L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} \implies L = N \cdot \frac{\Delta\phi}{\Delta I}$$

$L \equiv \text{AUTOINDUCCION o INDUCTANCIA de una bobina, se mide en Henry.}$

¿Cuál será la autoinducción en un solenoide?

Habíamos visto que el campo magnético creado por un solenoide recto y largo venía dado por la expresión:

$$B = \frac{\mu \cdot N \cdot I}{l}$$

Que aplicado a la definición de autoinducción nos da como resultado:

$$L = N \cdot \frac{\Delta\phi}{\Delta I} = \frac{N \cdot B \cdot S}{I} = \frac{N \cdot \mu \cdot N \cdot I \cdot S}{l \cdot I} \implies L = \mu \cdot \frac{N^2}{l} \cdot S$$

Energía asociada a una autoinducción

La existencia de un campo eléctrico en una zona del espacio supone atribuir cierta energía a cada uno de los elementos de volumen del espacio en el que existe campo. Igualmente ocurre con el campo magnético:

$$W = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$$

Ecuaciones de Maxwell. Ondas electromagnéticas

En 1865 Maxwell resumió todos los conocimientos que en su época se tenían sobre electromagnetismo, al tiempo que aportaba 4 famosas leyes, conocidas por el nombre de **Ecuaciones de Maxwell**, en las cuales, como veremos, se relacionan los campos eléctricos y magnéticos con sus causas.

El gran mérito de este sabio consistió sobre todo en resumir en 4 leyes todos los conocimientos de electromagnetismo, y predecir a partir de sus ecuaciones la existencia de las ondas electromagnéticas.

Estas son:

1) **Los campos eléctricos son producidos por cargas eléctricas.** Esta no es más que el conocido teorema de Gauss para el campo eléctrico:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = q/\epsilon$$

2) **Las líneas del campo magnético son cerradas sobre sí mismas.** Equivale a decir que las cargas magnéticas individuales (separadas) no existen (teorema de Gauss para el campo magnético):

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

3) **Los campos magnéticos variables producen campos eléctricos.** Se trata de la ley de Faraday-Henry:

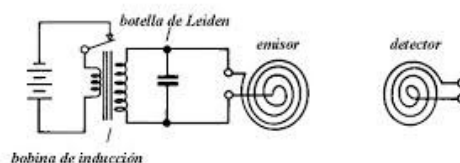
$$\mathcal{E} = - \frac{d\phi}{dt}$$

4) **Los campos magnéticos son producidos por las corrientes eléctricas y por los campos eléctricos variables.** Ampliación al teorema de Ampere:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu I + \epsilon \mu \frac{d}{dt} \oint \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

El papel de estas leyes en Electromagnetismo es similar al de las leyes de Newton en Mecánica (aunque más perfectas que las de Newton). Basándose en ellas Maxwell predijo la existencia de **Ondas Electromagnéticas**, constituidas por una sencilla asociación de campos eléctrico y magnético variables, imposibles de disociar.

Tales ondas fueron obtenidas 15 años después por Hertz, empleando un circuito oscilante como el de la figura:

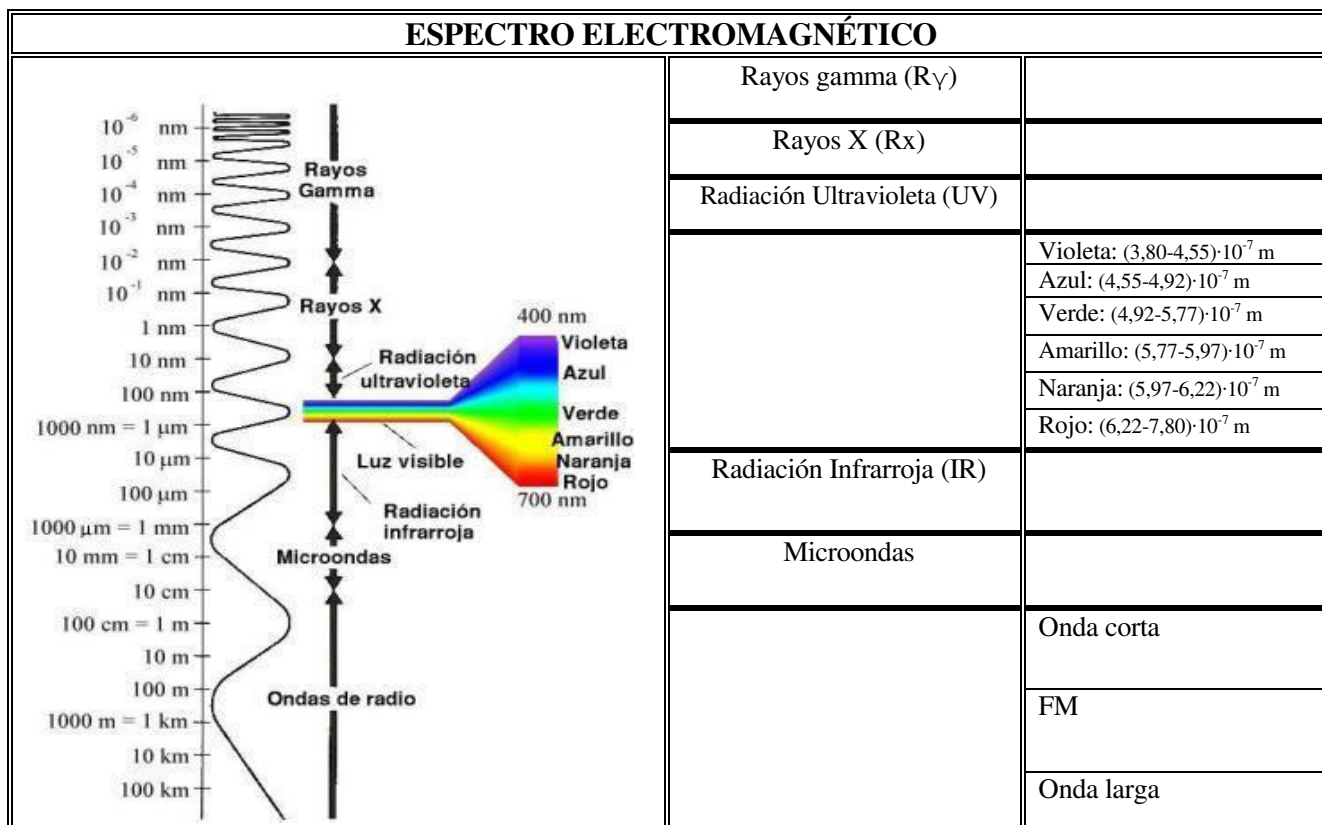


Experimentos con bobinas e espirales, Hertz c. 1886.

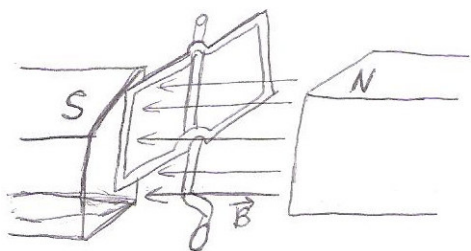
El campo magnético E variable que aparece en el condensador genera otro magnético variable, y así sucesivamente, teniendo origen la onda electromagnética que viaja a velocidad:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \frac{\sqrt{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}}{\sqrt{4\pi \cdot 10^{-7}}} = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

ESPECTRO ELECTROMAGNÉTICO. Está constituido por el conjunto de ondas electromagnéticas conocidas:



Fuerza electromotriz interna



En la figura una espira rectangular gira con velocidad angular ω , constante, en el interior de un campo magnético. Al girar la espira, el flujo de inducción magnética, a través de la superficie limitada por el cuadrado, experimenta una variación periódica frente al tiempo:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos(\omega t) = \phi_0 \cdot \cos(\omega t) \quad \{ \phi_0 \equiv \text{flujo máximo}, \omega t = 0$$

La fuerza electromotriz, fem, creada en el circuito, de acuerdo con la ley de inducción de Faraday, será:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = \phi_0 \cdot \omega \cdot \sin(\omega t) \implies \varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \sin(\omega t) \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_0 = \omega \cdot \phi_0 = B \cdot S \cdot \omega \\ \varepsilon = \varepsilon_0, \text{ cuando } \omega t = \frac{\pi}{2} \end{array} \right.$$

La fuerza electromotriz inducida, fem, varía sinusoidalmente con el tiempo, recibiendo el nombre de FEM ALTERNA INDUCIDA.

Al conectar los extremos de la espira a un circuito eléctrico de resistencia R se establecerá una corriente eléctrica de intensidad:

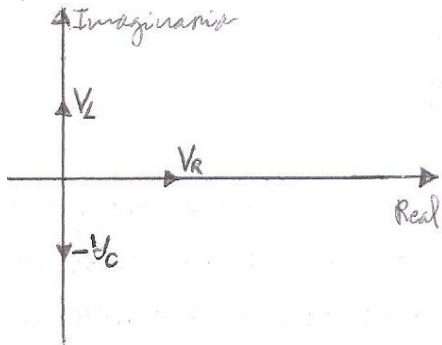
$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\varepsilon_0}{R} \sin(\omega t) \implies I = I_0 \cdot \sin(\omega t)$$

Corriente eléctrica que varía periódicamente con el tiempo, llamada CORRIENTE ALTERNA, siendo I_0 su valor máximo, es decir, el valor de I cuando $(\omega t) = \pi/2$.

Sabemos que la pulsación, ω , está relacionada con la frecuencia, f, de una onda, es decir, la corriente eléctrica posee características de ONDA. La relación entre estas es:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad \text{En España } f = 50 \text{ Hz}$$

El significado de esto es que cada vez que la fem cambia de signo, la corriente eléctrica cambia de dirección, es decir, la corriente eléctrica se comporta como un FASOR (vector que rota respecto a un eje dado):



El cambio de dirección de la corriente indica que los electrones cambian de sentido, tantas veces como indica la frecuencia.

En resumen: "La corriente eléctrica alterna posee carácter ondulatorio, estando en fase con la fem en un circuito que posea sólo resistencias óhmicas puras."

Potencia en circuitos de corriente alterna

En corriente continua se obtuvo: $P = V \cdot I$

En corriente alterna la expresión de la potencia no cambia, pero ahora la intensidad $I(t)$ y el potencial $V(t)$ dependen del tiempo:

$$P(t) = V(t) \cdot I(t) = V_0 \cdot \sin(\omega t) \cdot I_0 \cdot \sin(\omega t + \delta) = V_0 \cdot I_0 \cdot \sin(\omega t) \cdot \sin(\omega t + \delta)$$

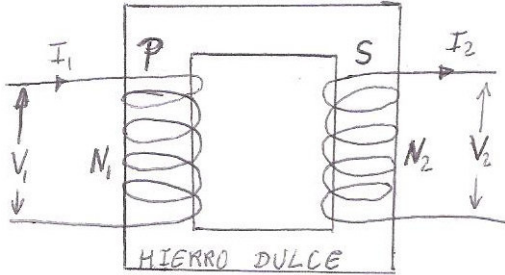
Físicamente esta expresión tiene el mismo significado que V_0 y I_0 , los cuales no pueden ser medidos con un aparato, sino sus valores eficaces. Por ello, tiene más sentido físico la potencia media P a lo largo de un periodo $T = 2\pi/\omega$:

$$P = \frac{1}{2} V_0 \cdot I_0 \cdot \cos \delta = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos \delta$$

$\cos\delta$ recibe el nombre de FACTOR DE POTENCIA, tomando el valor de 1 en los circuitos resonantes
=> suministra la potencia máxima al circuito.

Transformadores

Son unos dispositivos empleados en c.a., para obtener a partir de una corriente dada otra de distintos valores eficaces. Están basados en los fenómenos de inducción electromagnética, y constan de un núcleo de hierro dulce en el que hay enrollados dos circuitos:



el primario, P, de valores eficaces V_1 e I_1 , y el secundario, S, de valores eficaces V_2 e I_2 .

En todo transformador se cumplen las leyes:

- Conservación de la energía:** $V_1 \cdot I_1 = V_2 \cdot I_2$.
- El cociente entre la tensión eficaz y el número de espiras N es constante:

$$\frac{V_1}{N_1} = \frac{V_2}{N_2} \implies \frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1}$$