	Ángulos				
	0º = 0 rad	90º = π/2 rad	180º = π rad	270º = 3π/2 rad	360º = 2π rad
seno	0	1	0	-1	0
coseno	1	0	-1	0	1

sen (A + B) = sen A·cos B + cos A·sen B sen (A - B) = sen A·cos B - cos A·sen B	cos (A + B) = cos A·cos B - sen A·sen B cos (A - B) = cos A·cos B + sen A·sen B
$sen\ A + sen\ B = 2\ sen\left(\frac{A+B}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$ $sen\ A - sen\ B = 2\cos\left(\frac{A+B}{2}\right)\cdot sen\left(\frac{A-B}{2}\right)$	$\cos A + \cos B = 2\cos\left(\frac{A+B}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$ $\cos A - \cos B = -2\ sen\left(\frac{A+B}{2}\right)\cdot sen\left(\frac{A-B}{2}\right)$

ONDAS COHERENTES.

Ondas con vibraciones paralelas, mismo periodo y amplitud, producidas por dos focos que distan d_1 y d_2, respectivamente, del receptor. No tienen porque tener igual dirección, pero estarán en fase, o bien, la diferencia de fases es constante => **condición de COHERENCIA**.

$$\left.\begin{array}{l} y_1 = A\cdot sen(\omega\cdot t - k\cdot d_1) \\ \\ y_2 = A\cdot sen(\omega\cdot t - k\cdot d_2)\end{array}\right\}\ y = 2\,A\cdot sen\left(\omega\cdot t - k\cdot\frac{d_1+d_2}{2}\right)\cdot\cos\left(k\cdot\frac{d_2-d_1}{2}\right) = A_r\cdot sen\left(\omega\cdot t - k\cdot\frac{d_1+d_2}{2}\right)$$

$$A_r = 2\,A\cdot\cos\left(k\cdot\frac{d_2-d_1}{2}\right) = 2\,A\cdot\cos\left(\pi\cdot\frac{d_2-d_1}{\lambda}\right)$$

La perturbación resultante es una onda armónica de la misma frecuencia y longitud de onda que las ondas originales, pero con amplitudes diferentes en cada punto del plano, según la situación de cada punto a los focos emisores.

Vamos, pues, a estudiar los diferentes casos que pueden darse, según los valores de las amplitudes:

a) A_r posee el valor máximo cuando el coseno tome como valor la unidad:

$$\cos\left(\pi\cdot\frac{d_2-d_1}{\lambda}\right) = \pm 1 \Rightarrow \pi\cdot\frac{d_2-d_1}{\lambda} = n\cdot\pi \Rightarrow (d_2-d_1) = n\cdot\lambda$$ (**interferencia constructiva**)

Se produce **interferencia constructiva** cuando la superposición de las ondas provoca un refuerzo de la perturbación.

b) A_r se anulará cuando el coseno sea cero:

$$\cos\left(\pi\cdot\frac{d_2-d_1}{\lambda}\right) = 0 \Rightarrow \pi\cdot\frac{d_2-d_1}{\lambda} = (2n+1)\cdot\frac{\pi}{2} \Rightarrow (d_2-d_1) = (2\,n+1)\cdot\frac{\lambda}{2}$$ (**interferencia destructiva**)

Se produce **interferencia destructiva** cuando la superposición de las ondas provoca una perturbación menor que las originales.

Estos puntos en los que se anula la amplitud de la onda resultante se llaman **NODOS**, y a las líneas que los unen, **LINEAS NODALES** (observa esto en los dibujos de tu libro de texto). Dichos puntos, que no están afectados por la perturbación se encuentran en **ESTADO ESTACIONARIO**.

ONDAS ESTACIONARIAS.

Ondas que viajan en sentidos contrarios, eje OX, encontrándose en fase.

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= A \cdot sen\,(\omega \cdot t - k \cdot x) \\ y_2 &= A \cdot sen\,(\omega \cdot t + k \cdot x) \end{aligned}\right\} \quad y = 2A \cdot sen(\omega \cdot t) \cdot \cos(k \cdot x)$$

En este caso se produce el fenómeno de **ONDAS ESTACIONARIAS**. La amplitud resultante tiene la forma:

$$A_r = 2A \cdot \cos\,(k \cdot x) = 2A \cdot \cos\,(2\pi \cdot \frac{x}{\lambda})$$

La amplitud es, pues, función de la distancia, adquiriendo valores máximos cuando:

$$\cos(2\pi \cdot \frac{x}{\lambda}) = \pm 1 \Rightarrow 2\pi \cdot \frac{x}{\lambda} = n \cdot \pi \Rightarrow x = n \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (\textbf{VIENTRES})$$

La amplitud es cero cuando:

$$\cos\,(2\pi \cdot \frac{x}{\lambda}) = 0 \Rightarrow 2\pi \cdot \frac{x}{\lambda} = (2n+1) \cdot \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = (2\,n+1) \cdot \frac{\lambda}{4} \quad (\textbf{NODOS})$$

Distancia entre vientres consecutivos: $d_V = (n+1) \cdot \frac{\lambda}{2} - n \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow d_V = \frac{\lambda}{2}$	Distancia entre nodos consecutivos: $d_N = (2\,n+1) \cdot \frac{\lambda}{4} - (2\,n-1) \cdot \frac{\lambda}{4} \Rightarrow d_N = \frac{\lambda}{2}$

Centrándonos en los nodos, como poseen amplitud nula, permanecen constantemente en reposo. Es el caso de las cuerdas de una guitarra, en donde interfieren ondas idénticas que se propagan en sentidos contrarios, ondas estacionarias. En ella, todos sus puntos se mueven con movimiento armónico simple, con la misma frecuencia y amplitud variable, excepto los **NODOS**, que permanecen en reposo, no dejando que se propague la onda (ni la energía, por tanto). Por ello, estas ondas reciben el nombre de **ONDAS ESTACIONARIAS**. Las posibles frecuencias de vibración de la cuerda (de longitud L y unida por sus extremos) viene dada por:

$$\left.\begin{aligned} L &= n \cdot \frac{\lambda}{2} \\ f &= \frac{v}{\lambda} \end{aligned}\right\} \quad f = n \cdot \frac{v}{2\,L}$$

Se denomina **FRECUENCIA FUNDAMENTAL DE VIBRACIÓN** a:

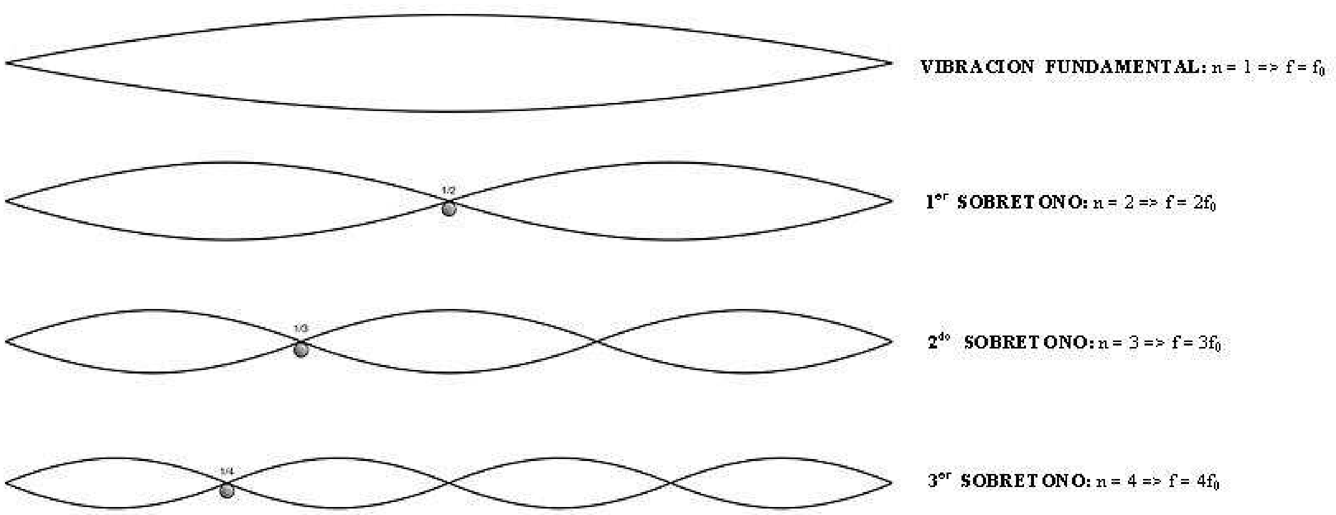
$$f_0 = \frac{v}{2L}$$

Cualquier frecuencia f será, pues, múltiplo entero de la fundamental:

$$f = n\, f_0$$

Este hecho introduce el fenómeno de la **CUANTIZACIÓN**, es decir, las frecuencias de vibración están cuantizadas, no pudiendo tomar cualquier valor, sino que serán múltiplos enteros de la frecuencia fundamental.

Modos de vibración:



...

REFLEXIÓN Y REFRACCIÓN.

Son fenómenos de superficie, es decir, aparecen siempre que una onda encuentra una superficie que separa dos medios.

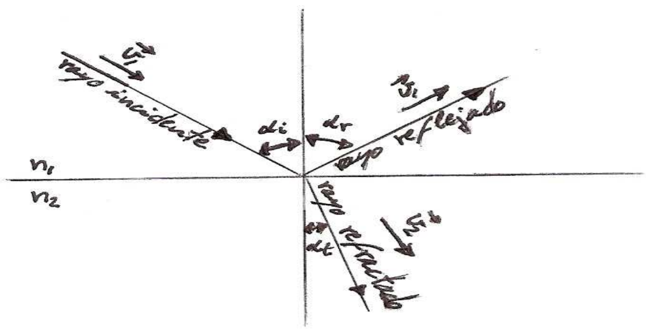
La **REFLEXIÓN** se produce cuando la onda rebota en una superficie que separa dos medios, continuando su propagación por el mismo medio, pero cambiando su dirección y sentido. Ejemplos: la reflexión de la luz, la reflexión del sonido (el eco)...

La **REFRACCIÓN** se produce cuando la onda atraviesa la superficie de separación de ambos medios, modificándose su velocidad y dirección. Ejemplos: la refracción de la luz...

Normalmente aparecen ambos fenómenos al mismo tiempo.

Según el principio de Huygens, los puntos de la superficie de separación de ambos medios se convierten en focos emisores de nuevas ondas al ser alcanzados.

Esquemáticamente ocurre:



PRIMERO: La onda rebota en la superficie, continuando su viaje por el mismo medio, pero con distinta dirección y sentido (reflexión).
SEGUNDO: La onda pasa al segundo medio, cambiando su velocidad y dirección de propagación (refracción).

El estudio de la reflexión y la refracción lleva a una serie de leyes (llamadas leyes de Snell):

1) El ángulo de incidencia (α_i), de reflexión (α_r) y de refracción (α_t) están en un mismo plano, siendo este perpendicular a la superficie de separación.
2) El ángulo de incidencia (α_i) es igual al ángulo de reflexión (α_r).
3) El cociente entre el seno del ángulo de incidencia y el seno del ángulo de refracción es una constante (llamada índice de refracción, n):

$$\boxed{\frac{sen\, \alpha_i}{sen\, \alpha_t} = n = \frac{c}{v}}$$

Donde c es una velocidad patrón (velocidad de la luz en el vacío en el caso de las ondas electromagnéticas).

En general:

$$\boxed{\frac{sen\, \alpha_i}{sen\, \alpha_t} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}}$$

n_1 es el índice de refracción del medio 1.
n_2 es el índice de refracción del medio 2.

<u>DIFRACCIÓN</u>.

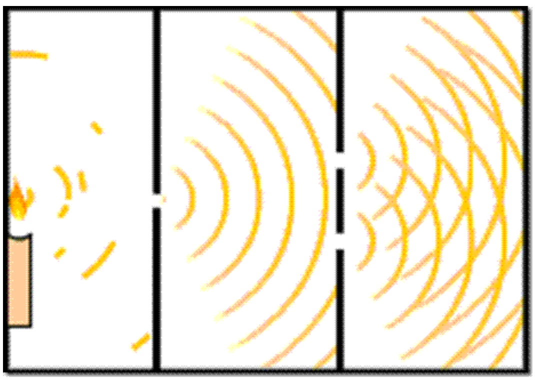
Son aquellos fenómenos que no pueden explicarse considerando la propagación rectilínea del movimiento ondulatorio, pero puede interpretarse fácilmente a partir del principio de Huygens: "cuando en el camino de una onda interponemos un obstáculo de tamaño comparable a la longitud de onda del movimiento ondulatorio considerado, aparecen fenómenos no explicables a través de una propagación rectilínea de las ondas".

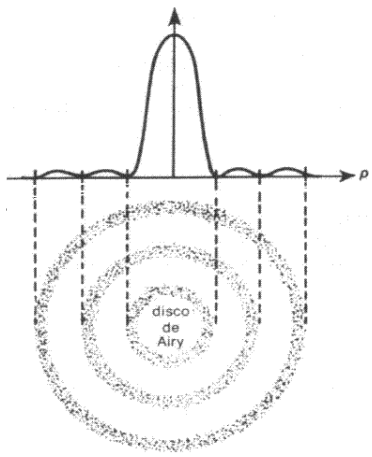
El fenómeno de la difracción es tan característico del movimiento ondulatorio, que nos va a permitir saber si un determinado movimiento es, o no, de naturaleza ondulatorio.

¿Por qué es tan difícil observar la difracción con ondas luminosas?

Porque las longitudes de ondas de la luz visible es del orden de 10^{-7} m, apareciendo figuras de difracción sólo cuando el obstáculo tiene un tamaño comparable.

Si en el camino de un haz luminoso ponemos, pues, un obstáculo de tamaño semejante a la longitud de onda del haz, aparece una figura parecida a la dada en la experiencia de Young:





Aparece una serie de franjas claras y oscuras, alternantes, y no una zona central iluminada, como ocurría con una rendija de mayor tamaño.

Ocurre como sí cada punto de la rendija se comportase como foco emisor de ondas secundarias. La interferencia de dichas ondas en la pantalla son la causa de las figuras de difracción.