

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Debe desarrollar las cuestiones y problemas de una de las dos opciones.
 - c) Puede utilizar calculadora no programable, ni gráfica ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - d) Cada cuestión o problema se calificará entre 0 y 2,5 puntos (1,25 puntos cada uno de sus apartados).

OPCIÓN A

1. a) Defina velocidad de escape de un planeta y deduzca su expresión.
b) Se desea colocar un satélite en una órbita circular a una altura h sobre la Tierra. Deduzca las expresiones de la energía cinética del satélite en órbita y de la variación de su energía potencial respecto de la superficie de la Tierra.
2. a) Razone qué características deben tener dos ondas, que se propagan por una cuerda tensa con sus dos extremos fijos, para que su superposición origine una onda estacionaria.
b) Explique qué valores de la longitud de onda pueden darse si la longitud de la cuerda es L .
3. Un electrón con una velocidad $\mathbf{v} = 10^5 \mathbf{j} \text{ m s}^{-1}$ penetra en una región del espacio en la que existen un campo eléctrico $\mathbf{E} = 10^4 \mathbf{i} \text{ N C}^{-1}$ y un campo magnético $\mathbf{B} = -0,1 \mathbf{k} \text{ T}$.
a) Analice, con ayuda de un esquema, el movimiento que sigue el electrón.
b) En un instante dado se suprime el campo eléctrico. Razone cómo cambia el movimiento del electrón y calcule las características de su trayectoria.
 $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.
4. Una antena emite una onda de radio de $6 \cdot 10^7 \text{ Hz}$.
a) Explique las diferencias entre esa onda y una onda sonora de la misma longitud de onda y determine la frecuencia de esta última.
b) La onda de radio penetra en un medio y su velocidad se reduce a $0,75 c$. Determine su frecuencia y su longitud de onda en ese medio.
 $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$; $v_s = 340 \text{ m s}^{-1}$

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Debe desarrollar las cuestiones y problemas de una de las dos opciones.
 - c) Puede utilizar calculadora no programable, ni gráfica ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - d) Cada cuestión o problema se calificará entre 0 y 2,5 puntos (1,25 puntos cada uno de sus apartados).

OPCIÓN B

1. a) Enuncie la ley de Coulomb y aplique el principio de superposición para determinar la fuerza que actúa sobre una carga en presencia de otras dos.
b) Dos cargas $+q_1$ y $-q_2$ están situadas en dos puntos de un plano. Explique, con ayuda de una gráfica, en qué posición habría que colocar una tercera carga, $+q_3$, para que estuviera en equilibrio.
2. a) Explique el origen de la energía liberada en una reacción nuclear basándose en el balance masa-energía.
b) Dibuje aproximadamente la gráfica que relaciona la energía de enlace por nucleón con el número másico y , a partir de ella, justifique por qué en una reacción de fisión se desprende energía.
3. En un instante t_1 la energía cinética de una partícula es 30 J y su energía potencial 12 J. En un instante posterior, t_2 , la energía cinética de la partícula es de 18 J.
a) Si únicamente actúan fuerzas conservativas sobre la partícula, ¿cuál es su energía potencial en el instante t_2 ?
b) Si la energía potencial en el instante t_2 fuese 6 J, ¿actuarían fuerzas no conservativas sobre la partícula?
Razone las respuestas.
4. Una onda armónica se propaga de derecha a izquierda por una cuerda con una velocidad de 8 m s^{-1} . Su periodo es de 0,5 s y su amplitud es de 0,3 m.
a) Escriba la ecuación de la onda, razonando cómo obtiene el valor de cada una de las variables que intervienen en ella.
b) Calcule la velocidad de una partícula de la cuerda situada en $x = 2 \text{ m}$, en el instante $t = 1 \text{ s}$.

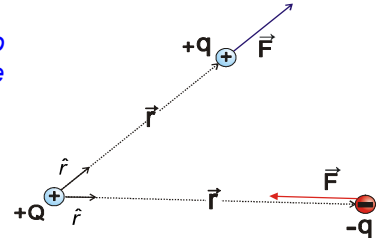
OPCIÓN A

1. a) La ley de Coulomb puede expresarse como:

“La magnitud de la interacción entre dos cargas puntuales en reposo, es directamente proporcional al producto de sus cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa”.

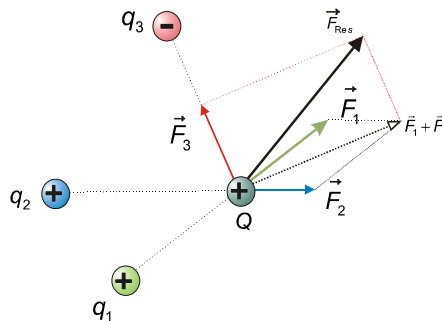
La interacción será repulsiva o atractiva dependiendo del signo de ambas cargas, pero siempre se ejerce en la línea que une las cargas.

Matemáticamente se expresa así: $\vec{F} = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$



Si interaccionan más de dos cargas, se aplica el principio de superposición según el cual: “La fuerza total ejercida sobre una carga eléctrica Q por un conjunto de cargas $q_1, q_2, q_3 \dots q_n$ será igual a la suma vectorial de cada una de las fuerzas ejercidas por cada carga q_i sobre la carga Q .”

$$\vec{F}_{res} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

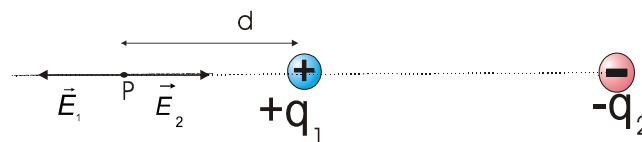


- b) La condición de equilibrio es que la resultante de las fuerzas ha de ser nula. Por tanto, si las cargas poseen signos opuestos, para que los campos que ejercen se anulen pueden darse varias posibilidades:

1ª) Que el punto esté a una distancia inmensa. La fuerza eléctrica decrece con el cuadrado de la distancia, ya que en el infinito las fuerzas ejercidas por las dos cargas serían nulas y, por consiguiente, también lo sería la resultante. Esta será la única posibilidad si las cargas indicadas ($+q_1$ y $-q_2$ tienen el mismo valor absoluto)

2ª) Si las cargas son desiguales en valor absoluto existirá otro punto, situado en la línea que une las cargas y más próximo a la de menor valor absoluto, de manera que ahí los campos ejercidos se neutralizarán al llevar la misma dirección y sentido contrario. Naturalmente el segmento que las une queda descartado ya que ahí las fuerzas se refuerzan.

La ilustración muestra el caso para la posibilidad de que fuese la carga positiva la menor. La distancia d dependerá de los valores relativos de dichas cargas.



En el caso de que fuese mayor la carga positiva el punto, P , estaría situado en el otro extremo, a la derecha de la carga negativa.

- 2.- a) El fundamento es la equivalencia masa energía predicho por Einstein en su famosa ecuación, según la cual una determinada cantidad de masa equivale a una energía: $E = m \cdot c^2$

En realidad es más correcto ver la expresión en términos de canje. Es decir, una determinada cantidad de masa puede transformarse en una determinada cantidad de energía (y también al contrario). Y eso es lo que ocurre en los procesos nucleares, en los que se produce la estabilización del núcleo en procesos que siempre conllevan una desaparición (defecto) de masa que repercute en la emisión de una energía:

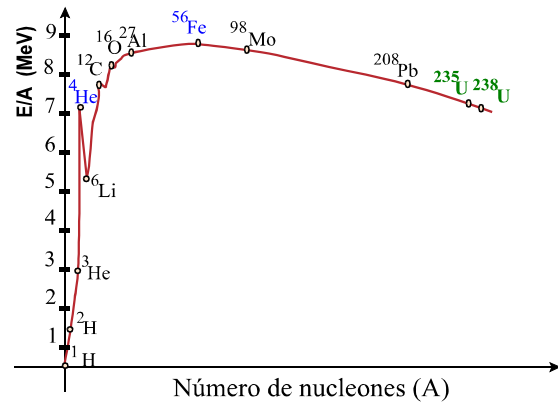
$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2$$

Las reacciones de fisión y fusión, son procesos nucleares en los que se trata de conseguir energía a expensas de hacer desaparecer masa. Se opera de dos formas distintas en ambos casos:

En la Fisión se provoca la "rotura" de un núcleo pesado en dos más ligeros, mientras que en la fusión, más compleja técnicamente, se produce la unión de dos núcleos ligeros para formar uno más pesado, por ejemplo:



- b) En la Fisión, como se apuntó antes, se provoca la "rotura" de un núcleo pesado denominado fisionable. El más utilizado es el U-235. Al ser bombardeado con neutrones se fragmenta (fisiona) en dos núcleos más ligeros, y por tanto más próximos a la zona central de la gráfica que, como puede observarse, corresponde a núcleos con mayor energía de enlace por nucleón (E/A). Por consiguiente, esos núcleos son más estables que el inicial. La diferencia de energía, aproximadamente 1 MeV por nucleón, se libera.



- 3.- a) t_1 : $E_c = 30 \text{ J}$ y $E_p = 12 \text{ J} \Rightarrow E_{m,1} = 30 \text{ J} + 12 \text{ J} = 42 \text{ J}$

Si sólo actúan fuerzas conservativas la energía mecánica se mantendrá constante en cualquier instante y lugar. Es decir, la suma de energías potenciales y cinéticas valdrá lo mismo en los dos instantes indicados:

$$E_{m,1} = E_{m,2} \quad \Rightarrow \quad 42 \text{ J} = 18 \text{ J} + E_{p,2} \quad \Rightarrow \quad E_{p,2} = 42 \text{ J} - 18 \text{ J} = 24 \text{ J}$$

- b) En el caso de que la energía potencial observada en ese instante fuese de 6 J se podrían estar dando dos situaciones que lo justifiquen:

- La pérdida de energía mecánica supone la intervención de fuerzas no conservativas que realizarán un trabajo. Esa energía habría ido a parar a otro cuerpo o se habría disipado en forma de calor. El trabajo realizado equivale a la variación de energía mecánica:

$$W_{\text{no cons}} = \Delta E_m = (18 \text{ J} + 6 \text{ J}) - 42 \text{ J} = -18 \text{ J}$$

- Que ha actuado otra fuerza conservativa, de manera que los 18 J se habrían almacenado como otro tipo de energía potencial (elástica, eléctrica...). De este modo la energía mecánica seguiría conservándose ya que aparecerían los 18 J almacenados como energía potencial por la segunda fuerza conservativa.

4.-

a) La ecuación general de una onda armónica unidimensional que se propaga hacia la izquierda viene dada por la expresión general:

$$y(x,t) = A \cdot \text{sen}(\omega t + kx + \phi_0)$$

Dado que el problema no nos informa sobre la fase inicial del foco suponemos $\phi_0=0$, lo que significa que el foco inició su movimiento ascendiendo desde el punto de equilibrio al utilizar una función seno.

La amplitud es 0,3 m y del periodo (0,5s) podemos obtener la pulsación:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi \text{ rad}}{0,5\text{s}} = \underline{4\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}}$$

El número de ondas está relacionado con la longitud de onda y esta a su vez con la velocidad y periodo de la misma:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \xrightarrow[\lambda=v\cdot T]{\text{como}} k = \frac{2\pi}{8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,5\text{s}} = \underline{\frac{\pi}{2} \text{ m}^{-1}}$$

Con lo que la ecuación final que se deduce es:

$$y(x,t) = 0,3 \cdot \text{sen}\left(4\pi t + \frac{\pi}{2} x\right) \quad (\text{S.I.})$$

b) La ecuación general de la velocidad con que vibra cada punto del medio se obtiene derivando la ecuación general de la elongación con respecto al tiempo. Recuérdese que la velocidad es el ritmo con que cambia la posición de un punto. Obviamente el movimiento oscilatorio es vertical, por lo que nos referimos a la variación temporal de y : dy/dt

$$v(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = 0,3 \cdot 4\pi \cdot \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2} x\right) = \underline{1,2\pi \cdot \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2} x\right)}$$

Donde se observa que la velocidad con que oscilan los puntos de la cuerda varía entre $1,2\pi$ m/s (cuando pasa por el punto de equilibrio y ascendiendo) y $-1,2\pi$ m/s (al pasar por el punto de equilibrio y descendiendo), pasando por todos los valores intermedios. En los extremos la velocidad será nula.

Para el punto pedido simplemente hemos de introducir los datos y operar:

$$v(2\text{m}, 1\text{s}) = 1,2\pi \cdot \cos\left(\underbrace{4\pi \cdot 1 + \frac{\pi}{2} \cdot 2}_{5\pi \text{ rad}}\right) = \underline{-1,2\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

Luego en ese instante, dicho punto está descendiendo con velocidad máxima lo que significa que está pasando por el punto de equilibrio ($\phi = 5\pi$).

OPCIÓN B

- 1.- a) La velocidad de escape es la velocidad mínima necesaria para que un cuerpo escape del campo gravitatorio en el que se encuentra inmerso.

Si un objeto está sobre la superficie de un planeta posee una energía potencial gravitatoria dada por:

$$E_p = -G \frac{m \cdot M}{R} \quad ; \text{ donde } M \text{ y } R \text{ son, respectivamente, la masa y el radio del planeta.}$$

Puesto que el origen de energía potencial está situado en el infinito ($E_{p,\infty} = 0$), podemos decir que para que si un cuerpo adquiere $E \geq 0$ podrá escapar y llegar al infinito. Es decir, la velocidad de escape es la velocidad mínima que debe satisfacer la condición:

$$\frac{1}{2} m v_e^2 + \left(-G \frac{M \cdot m}{R} \right) = 0$$

Despejando v_e , tenemos:
$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Para el caso de un cuerpo situado sobre la superficie de la Tierra, la velocidad de escape es de 11,2 km/s

- b) Un satélite en órbita posee energía cinética y potencial gravitatoria, y por tanto, su energía mecánica es:

$$E = \frac{1}{2} m v_0^2 - G \frac{M \cdot m}{r}$$

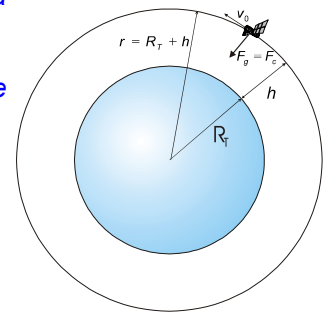
Siendo m la masa del satélite, M la del planeta en cuestión y r el radio orbital ($r = R + h$)

Puesto que nos piden la expresión de la E_c únicamente, para obtener una expresión en función de las magnitudes características del sistema, hemos de expresar la velocidad orbital es función de la masa del planeta y del radio.

Para esto partimos del hecho de que la fuerza centrípeta, que hace orbitar al satélite, es la fuerza gravitatoria. Es decir:

$$F_g = F_c \Rightarrow \text{Por tanto: } m \frac{v_0^2}{r} = G \frac{Mm}{r^2}$$

y despejando v_0 , tenemos:
$$v_0 = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$



Y sustituyendo la expresión de velocidad orbital en la expresión de energía cinética tenemos:

$$E_c = \frac{1}{2} m v_0^2 \xrightarrow[v_0 = \sqrt{\frac{GM}{r}}]{\text{según}} \boxed{E_c = G \frac{Mm}{2r}}$$

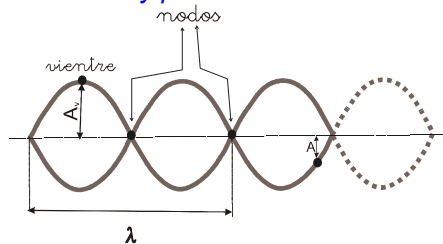
Respecto a la variación de energía potencial experimentada por el satélite, partiendo de la expresión general de energía potencial gravitatoria, tenemos:

$$\Delta E_p = E_{p,orbita} - E_{p,sup} = -\frac{GMm}{r} - \left(-\frac{GMm}{R} \right) = \boxed{GMm \cdot \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right)}$$

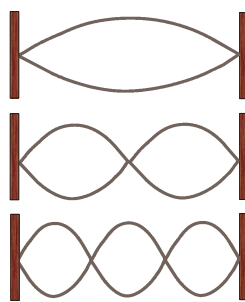
- 2.- a) Las ondas estacionarias se producen como el resultado de la interferencia de dos ondas viajeras de las mismas características (frecuencia y amplitud) que viajan por el mismo medio en la misma dirección y sentido opuesto. El resultado es una interferencia a la que denominamos "onda" estacionaria, pero que no puede considerarse una onda en el sentido estricto ya que la energía no fluye a lo largo del medio, en nuestro caso la cuerda.

A cada punto de la cuerda le corresponde una amplitud que puede ser hasta el doble de las ondas generatrices (vientre) o no vibrar nada en absoluto (nodo). La amplitud resultante para cada punto del medio depende únicamente de su ubicación, siendo la distancia entre nodos media longitud de onda.

Al estar cogida por los dos extremos, se producirá propagación y reflexión de cualquier perturbación que se origine en ella. Por tanto, simplemente habría que pulsar con la frecuencia correcta en cualquier punto de la cuerda y podría obtenerse una onda estacionaria.



- b) Si la cuerda tiene ambos extremos fijos, significa que en cada extremo tenemos un nodo. A continuación se representan las tres primeras posibilidades para una cuerda con extremos fijos de longitud L



Ondas estacionarias en cuerdas con extremos fijos

* El primer caso se denomina armónico fundamental, y como puede apreciarse es una situación en la que: $\lambda=2L$

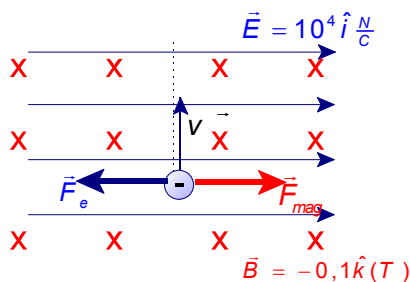
* En el segundo caso, segundo armónico: $\lambda=L$

* En el tercero, tercer armónico: $\lambda = 2/3 L$

Por tanto, puede extraerse la siguiente ecuación general: $\lambda = \frac{2L}{n}$ (con $n= 1, 2, 3 \dots$)

Obviamente en función de la velocidad con que se propague la onda por la cuerda, y eso depende de su densidad lineal y la tensión que se imprima a la misma, esta podrá emitir unos sonidos propios para cada caso que se conocen como armónicos.

3.-



Al tratarse de un electrón, la fuerza eléctrica (F_e) actuará en sentido contrario a las líneas de campo (hacia la izquierda en el dibujo), y su valor viene dado por:

$$\vec{F}_e = q \cdot \vec{E} = -e \cdot 10^4 \hat{i} \left(\frac{N}{C} \right)$$

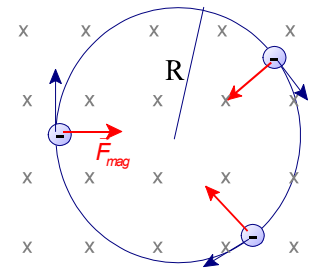
La acción del campo magnético viene dada por la ley de Lorentz y provoca una fuerza cuyo módulo es:

$$F_{mag} = q \cdot v \cdot B \cdot \underbrace{\text{sen} \alpha}_{\text{sen} 90^\circ = 1} = e \cdot 10^5 \frac{m}{s} \cdot 0,1 T = e \cdot 10^4 N$$

La fuerza de Lorentz es perpendicular a la velocidad y dirección del campo magnético, y su sentido se puede deducir aplicando la regla de la mano izquierda. En este caso tiene la misma dirección y sentido opuesto a la fuerza eléctrica. Como ambas fuerzas tienen el mismo valor y son

opuestas, la partícula no sufrirá ningún efecto dinámico, manteniendo un MRU.

b) Al suprimir el campo eléctrico, la partícula quedará sometida a la acción exclusiva de la fuerza de Lorentz, de naturaleza centrípeta: El resultado será un movimiento circular uniforme, como se ilustra, en sentido horario.



Puesto que la fuerza que hace girar a la partícula (centrípeta) es la fuerza magnética, podemos obtener el radio de giro de la equivalencia: $F_c = F_{mag}$

$$m_e \frac{v^2}{R} = e \cdot v \cdot B$$

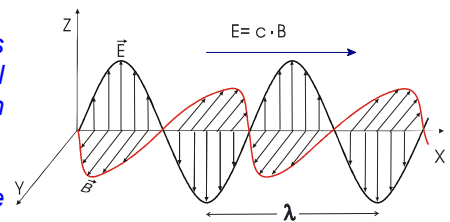
$$\text{de donde: } R = \frac{m_e \cdot v}{e \cdot B} = \frac{9,110^{-31} \text{ kg} \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,1 \text{ T}} \approx 5,7 \cdot 10^{-6} \text{ m} = \underline{5,7 \mu\text{m}}$$

El otro parámetro característico del movimiento será el periodo, ya que se trata de un MCU. Es fácil deducirlo ya que es el tiempo empleado en recorrer una circunferencia y conocemos el radio y la velocidad del electrón.

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 5,7 \cdot 10^{-6} \text{ m}}{10^5 \text{ m/s}} \approx 3,6 \cdot 10^{-10} \text{ s} = \underline{0,36 \text{ ns}}$$

4.- a) Las ondas de radio son ondas electromagnéticas, por lo que no requieren de medio alguno para propagarse, a diferencia de las ondas sonoras que son de naturaleza mecánica.

Además las ondas electromagnéticas son todas transversales, y si no están polarizadas la vibración del campo electromagnético se da en todas las direcciones en la perpendicular a la dirección de propagación:



Sin embargo las sonoras son ondas longitudinales, de forma que los puntos del medio oscilan en la misma dirección en la que se produce el avance de la onda.

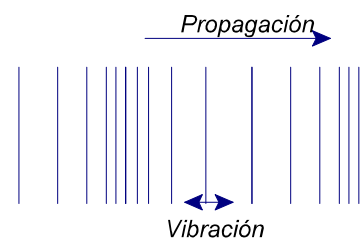
La longitud de onda correspondiente a cada una de las ondas mencionadas se obtiene de la frecuencia y la velocidad con que se propagan, muy distinta en ambos casos.

De los datos de la onda electromagnética podemos deducir la longitud de onda:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}} = 5 \text{ m}$$

Y con la velocidad del sonido, obtenemos su frecuencia del sonido:

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5 \text{ m}} = \underline{68 \text{ Hz}}$$



b) La velocidad con que una onda se propaga en un medio depende de las características del mismo, pero la frecuencia que mantendrá dicha onda al propagarse por el espacio no varía y siempre coincidirá con la del foco emisor. Por tanto, la frecuencia en el nuevo medio será $6 \cdot 10^7 \text{ Hz}$.

Obviamente si la onda avanza más lentamente y la frecuencia se mantiene los frentes de onda se "agolparán" en el nuevo medio, resultando una longitud de onda menor que en el medio inicial.

$$\text{La frecuencia resultante será: } \lambda = \frac{v}{f} = \frac{0,75 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}} = \underline{3,75 \text{ m}}$$