



JUNIO DE 2005

OPCIÓN A

1. Dos partículas con cargas eléctricas, del mismo valor absoluto y diferente signo, se mueven con la misma velocidad, dirigida hacia la derecha y en el plano del folio. Ambas partículas penetran en un campo magnético de dirección perpendicular al folio y dirigido hacia abajo.

a) Analice con ayuda de un gráfico las trayectorias seguidas por las dos partículas.

b) Si la masa de una de ellas es doble que la de la otra ($m_1 = 2 m_2$) ¿Cuál gira más rápidamente?

2. a) Señale los aspectos básicos de las teorías corpuscular y ondulatoria de la luz e indique algunas limitaciones de dichas teorías.

b) Indique al menos tres regiones del espectro electromagnético y ordénelas en orden creciente de longitudes de onda.

3. a) Razone cuáles son la masa y el peso en la Luna de una persona de 70 kg.

b) Calcule la altura que recorre en 3 s una partícula que se abandona, sin velocidad inicial, en un punto próximo a la superficie de la Luna y explique las variaciones de energía cinética, potencial y mecánica en ese desplazamiento.

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; $M_L = 7,2 \cdot 10^{22} \text{ kg}$; $R_L = 1,7 \cdot 10^6 \text{ m}$

4. El ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ se desintegra radiactivamente para dar ${}^{222}_{86}\text{Rn}$.

a) Indique el tipo de emisión radiactiva y escriba la correspondiente ecuación.

b) Calcule la energía liberada en el proceso.

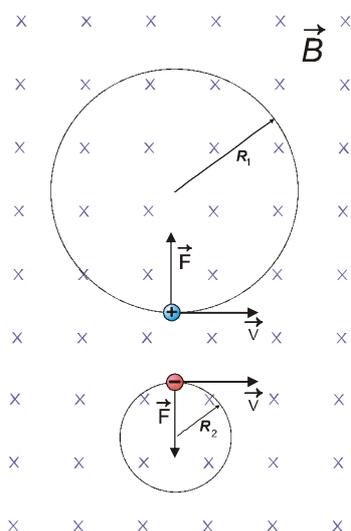
$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$; $m_{\text{Ra}} = 225,9771 \text{ u}$; $m_{\text{Rn}} = 221,9703 \text{ u}$; $m_{\text{He}} = 4,0026 \text{ u}$;
 $1 \text{ u} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

SOLUCIÓN OPCIÓN A

1. Dos partículas con cargas eléctricas, del mismo valor absoluto y diferente signo, se mueven con la misma velocidad, dirigida hacia la derecha y en el plano del folio. Ambas partículas penetran en un campo magnético de dirección perpendicular al folio y dirigido hacia abajo.

a) Analice con ayuda de un gráfico las trayectorias seguidas por las dos partículas.

b) Si la masa de una de ellas es doble que la de la otra ($m_1 = 2 m_2$) ¿Cuál gira más rápidamente?



a) Las trayectorias serán, para ambas partículas, circulares. Eso se debe a que la naturaleza de la fuerza de Lorentz es de tipo centrípeta, como se desprende de la expresión:

$$F = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

La fuerza actúa perpendicularmente a la velocidad y al campo magnético. El sentido de dicha fuerza se obtiene aplicando la regla de la mano izquierda. El resultado es un MCU que para la partícula positiva tendrá sentido antihorario, y para la negativa sentido horario.

b) La fuerza magnética hace las veces de fuerza centrípeta, al ser la causante del giro. Por tanto puede afirmarse que:

$$m \cdot \frac{v^2}{R} = q \cdot v \cdot B \cdot \underbrace{\sin \alpha}_{1 \text{ al ser } \vec{v} \perp \vec{B}} ;$$

$$\text{Por otro lado: } \omega = \frac{v}{R} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow m \cdot \frac{2\pi}{T} = q \cdot B$$

$$\text{de donde: } T = \frac{2\pi m}{qB}$$

expresión que demuestra que el período es directamente proporcional a la masa de la partícula. Por consiguiente, la 1ª (de masa doble) tardará el doble que la segunda en realizar un giro, ya que su radio de giro también será doble ($R = m \cdot v \cdot q^{-1} \cdot B^{-1}$).

Es decir: $T_1 = 2 T_2$ y $f_1 = f_2/2$

2. a) Señale los aspectos básicos de las teorías corpuscular y ondulatoria de la luz e indique algunas limitaciones de dichas teorías.

b) Indique al menos tres regiones del espectro electromagnético y ordénelas en orden creciente de longitudes de onda.

Consulta el texto

3. a) Razone cuáles son la masa y el peso en la Luna de una persona de 70 kg.

b) Calcule la altura que recorre en 3 s una partícula que se abandona, sin velocidad inicial, en un punto próximo a la superficie de la Luna y explique las variaciones de energía cinética, potencial y mecánica en ese desplazamiento.

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} ; M_L = 7,2 \cdot 10^{22} \text{ kg} ; R_L = 1,7 \cdot 10^6 \text{ m}$$

a) Masa y peso son dos conceptos distintos. La masa es una magnitud característica del cuerpo y representa su inercia al movimiento. Vale 70 kg en la Tierra, en la Luna o flotando en el espacio sideral.

Sin embargo, el peso si depende del lugar en que se localice el cuerpo. El peso es una fuerza de atracción gravitatoria. Por tanto, en la Luna el peso será distinto al peso en la Tierra. Podemos obtenerlo, a partir de los datos, y empleando la ley de gravitación universal, como sigue:

$$F = G \frac{M_L \cdot m}{R_L^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{7,2 \cdot 10^{22} \text{kg} \cdot 70 \text{kg}}{(1,7 \cdot 10^6 \text{m})^2} = \underline{116 \text{N}}$$

b) Si hablamos de un punto próximo a la superficie lunar, podemos considerar que en todo el trayecto la aceleración de la gravedad es constante. Calculemos dicha aceleración:

$$g = G \frac{M_L}{R_L^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \cancel{\text{m}^2}}{\text{kg} \cancel{\text{m}^2}} \cdot \frac{7,2 \cdot 10^{22} \cancel{\text{kg}}}{(1,7 \cdot 10^6 \cancel{\text{m}})^2} = 1,7 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = \underline{1,7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

En la caída se da un MRUA, y podemos calcular el espacio recorrido con la expresión:

$$\Delta y = v_0 t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,7 \text{ m/s}^2 \cdot (3\text{s})^2 = \underline{7,65 \text{ m}}$$

Especialmente en la Luna, donde ni siquiera existe rozamiento con el aire, la única fuerza que actúa en la caída es la gravedad. Como se trata de una fuerza conservativa, eso supone que la energía mecánica total se conservará. Dicho de otro modo, en la caída el cuerpo gana energía cinética en la misma medida que pierde potencial:

$$\text{Como: } \Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p = 0 \Rightarrow \Delta E_c = -\Delta E_p \quad (\Rightarrow m \cdot g \cdot \Delta y = -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2)$$

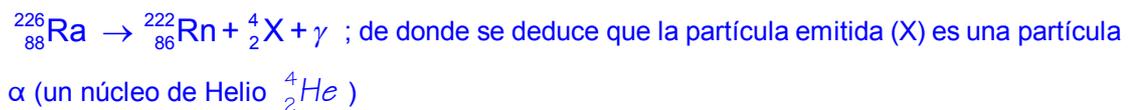
4. El ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ se desintegra radiactivamente para dar ${}^{222}_{86}\text{Rn}$.

a) Indique el tipo de emisión radiactiva y escriba la correspondiente ecuación.

b) Calcule la energía liberada en el proceso.

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}; m_{\text{Ra}} = 225,9771 \text{ u}; m_{\text{Rn}} = 221,9703 \text{ u}; m_{\text{He}} = 4,0026 \text{ u}; \\ 1 \text{ u} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

a) La reacción que tiene lugar es:



Se trata, por consiguiente, de lo que se conoce como una EMISIÓN ALFA. El núcleo radiativo pierde 4 nucleones (2 protones y 2 neutrones), transmutándose a un elemento con Z dos unidades menor.

b) La energía liberada en el proceso puede obtenerse calculando el defecto de masa del proceso y calculando la equivalencia en energía de la masa perdida. Para ello emplearemos la laureada expresión de Einstein que relaciona masa con energía.

$$\Delta m = m_{\text{Ra}} - (m_{\text{Rn}} + m_{\text{He}}) = 225,9771 \text{ u} - 221,9703 \text{ u} - 4,0026 \text{ u} = 4,2 \cdot 10^{-3} \text{ u}$$

$$\Delta m = 4,2 \cdot 10^{-3} \cancel{\text{u}} \cdot \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{1 \cancel{\text{u}}} = \underline{7,014 \cdot 10^{-30} \text{ kg}}$$

Y ahora, calculamos el equivalente en energía de esa masa:

$$E = m \cdot c^2 = 7,014 \cdot 10^{-30} \text{ kg} \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2})^2 = \underline{6,31 \cdot 10^{-13} \text{ J}}$$



OPCIÓN B

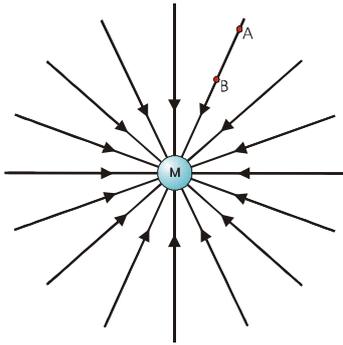
1. Dibuje en un esquema las líneas de fuerza del campo gravitatorio creado por una masa puntual M. Sean A y B dos puntos situados en la misma línea de fuerza del campo, siendo B el punto más cercano a M.
 - a) Si una masa, m, está situada en A y se traslada a B, ¿aumenta o disminuye su energía potencial? ¿Por qué?
 - b) Si una masa, m, está situada en A y se traslada a otro punto C, situado a la misma distancia de M que A, pero en otra línea de fuerza, ¿aumenta o disminuye la energía potencial? Razone su respuesta.
2.
 - a) Enuncie la hipótesis de De Broglie. Comente el significado físico y las implicaciones de la dualidad onda-corpúsculo.
 - b) Un mesón π tiene una masa 275 veces mayor que un electrón. ¿Tendrían la misma longitud de onda si viajaran a la misma velocidad? Razone la respuesta.
3. Una espira de 10 cm de radio se coloca en un campo magnético uniforme de 0,4 T y se la hace girar con una frecuencia de 20 Hz. En el instante inicial el plano de la espira es perpendicular al campo.
 - a) Escriba la expresión del flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo y determine el valor máximo de la f.e.m. inducida.
 - b) Explique cómo cambiarían los valores máximos del flujo magnético y de la f.e.m. inducida si se duplicase el radio de la espira. ¿Y si se duplicara la frecuencia de giro?
4. La ecuación de una onda en una cuerda es: $y(x,t) = 0,4\text{sen}12\pi x \cos 40\pi t$ (S.I.)
 - a) Explique las características de la onda y calcule su periodo, longitud de onda y velocidad de propagación.
 - b) Determine la distancia entre dos puntos consecutivos con amplitud cero.

SOLUCIONES OPCIÓN B

1. Dibuje en un esquema las líneas de fuerza del campo gravitatorio creado por una masa puntual M. Sean A y B dos puntos situados en la misma línea de fuerza del campo, siendo B el punto más cercano a M.

a) Si una masa, m, está situada en A y se traslada a B, ¿aumenta o disminuye su energía potencial? ¿Por qué?

b) Si una masa, m, está situada en A y se traslada a otro punto C, situado a la misma distancia de M que A, pero en otra línea de fuerza, ¿aumenta o disminuye la energía potencial? Razone su respuesta.



a) La energía potencial es la capacidad que posee un cuerpo para realizar trabajo en virtud de su posición. Al ser de naturaleza atractiva, la energía potencial aumenta con la distancia, es decir una masa m tendrá mayor energía potencial en A que en B.

De otro modo, la expresión de la E_p gravitatoria es:

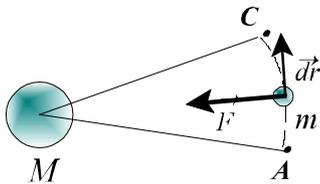
$$E_p(r) = -G \frac{mM}{r}, \text{ lo que supone que el mayor valor de energía}$$

será 0, cuando $r = \infty$. En cualquier posición la energía potencial es negativa, y menor (más negativa) cuanto menor sea r.

b) La expresión indicada anteriormente supone que los puntos equidistantes a M tendrán la misma energía. Por tanto si $r_A = r_C \Rightarrow E_p(A) = E_p(C)$. A y C están en la misma superficie equipotencial, tienen la misma energía.

De hecho, podemos demostrarlo de otro modo. Como la fuerza gravitatoria es conservativa, se cumple que $W_{A \rightarrow C} = -\Delta E_p$. Si calculamos el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria al transportar una masa m de A a C, veremos que:

$$W_{A \rightarrow C} = \int_A^C \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^C F \cdot dr \cdot \cos \alpha = \int_A^C \underbrace{F \cdot dr \cdot \cos 90^\circ}_0 = 0$$



Es decir, la fuerza gravitatoria no realiza trabajo neto al transportar una masa entre dos puntos equidistantes. Tampoco será necesario realizar trabajo para transportar la masa entre esos puntos. Definitivamente, podemos afirmar no se produciría variación en la energía potencial.

2. a) Enuncie la hipótesis de De Broglie. Comente el significado físico y las implicaciones de la dualidad onda-corpúsculo.

b) Un mesón π tiene una masa 275 veces mayor que un electrón. ¿Tendrían la misma longitud de onda si viajasen a la misma velocidad? Razone la respuesta.

a) De Broglie llegó a una conclusión bastante sorprendente a partir de un razonamiento bastante simple, que resumimos a continuación:

Según hipótesis cuántica de Planck, la radiación porta la energía en paquetes cuya energía era:

$$E = h \cdot \nu$$

Por otro lado, el fotón como corpúsculo, y de acuerdo con la teoría de relatividad especial tendría un contenido energético que podría expresarse como: $E = m \cdot c^2$, por lo que $m = E/c^2$

pero además esos paquetes, a los que se denominó fotones, portaban cantidad de movimiento, como demostraba el efecto Compton: $p = m \cdot c$

combinando esas ideas **Louis de Broglie** encontró una relación cuantitativa entre ambas teorías:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

En la expresión, se encuentra relacionada la magnitud p (de carácter corpuscular) y λ propia de las ondas. Esto llevó a De Broglie a proponer que **toda partícula en movimiento manifiesta un dualismo onda-corpúsculo**, llevando una onda asociada por la expresión anterior.

Este resultado es de suma importancia ya que llevó a relacionar dos teorías acerca de la naturaleza de la luz. A partir de ahí decimos que **la luz es dual: es onda y es corpúsculo**. En general, la luz **se comporta como un conjunto de fotones en sus interacciones con la materia, y como onda en los fenómenos relacionados con su propagación**.

Esto nos obliga a admitir que, en el fondo, no tenemos un conocimiento certero de qué es la radiación. Tenemos que recurrir a dos teorías para explicar todos los fenómenos luminosos. La naturaleza "real" de la luz está por descubrir

b) Tenemos que: $m_\pi = 275m_e$

$$\text{como, según De Broglie: } \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

Escribimos la expresión de la longitud de onda asociada al electrón y al mesón y buscamos la relación:

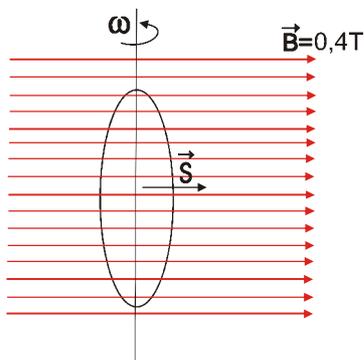
$$\left. \begin{array}{l} \lambda_e = \frac{h}{m_e v} \\ \lambda_\pi = \frac{h}{275 m_e v} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\lambda_e}{\lambda_\pi} = \frac{\frac{h}{m_e v}}{\frac{h}{275 m_e v}} = 275 \Rightarrow \boxed{\lambda_e = 275 \lambda_\pi}$$

Como ya se veía en la expresión de De Broglie, la longitud de la onda asociada a una partícula móvil es inversamente proporcional a la masa de la misma. A igualdad de velocidades, la partícula menos masiva tendrá una longitud de onda mayor. Así el electrón tiene asociada una longitud de onda 275 veces mayor que la del mesón π .

3. Una espira de 10 cm de radio se coloca en un campo magnético uniforme de 0,4 T y se la hace girar con una frecuencia de 20 Hz. En el instante inicial el plano de la espira es perpendicular al campo.

a) Escriba la expresión del flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo y determine el valor máximo de la f.e.m. inducida.

b) Explique cómo cambiarían los valores máximos del flujo magnético y de la f.e.m. inducida si se duplicase el radio de la espira. ¿Y si se duplicara la frecuencia de giro?



a) Como: $\phi = \phi_0 + \omega t$
y tenemos que : $\omega = 2\pi u = 40\pi \text{ rad/s}$
y según el enunciado $\phi_0 = 0$

Por otro lado, la superficie vale: $S = \pi r^2 = \pi \cdot (0,1\text{m})^2 = \underline{0,01 \pi \text{ m}^2}$

El flujo que atraviesa la espira vale:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos(\omega t + \phi_0) = 0,4T \cdot 0,01\pi \text{ m}^2 \cdot \cos 40\pi t = \underline{4 \cdot 10^{-3} \pi \cdot \cos 40\pi t \text{ (Wb)}}$$

Expresión de flujo, dependiente del tiempo.

La f.e.m inducida en la espira es proporcional y opuesta a las variaciones de flujo, esto es:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d(4 \cdot 10^{-3} \pi \cdot \cos 40\pi t)}{dt} = 0,16\pi^2 \text{sen} 40\pi t \text{ (V)}$$

f.e.m también variable, lo que supone el establecimiento de una corriente alterna en la espira, cuyo valor máximo es $0,16\pi^2 \text{ V} \approx 1,6 \text{ V}$

b) Como tenemos que $\phi_{\text{máx}} = B \cdot S = B \pi r^2$; se observa que el flujo máximo es proporcional a r^2 , por lo que si se duplica el radio, el flujo se cuadruplicará.

4. La ecuación de una onda en una cuerda es: $y(x,t) = 0,4\text{sen}12\pi x \cos 40\pi t$ (S.I.)

a) Explique las características de la onda y calcule su periodo, longitud de onda y velocidad de propagación.

b) Determine la distancia entre dos puntos consecutivos con amplitud cero.

Se observa que la amplitud viene dada por $0,4 \cdot \text{sen } 12\pi x$. Es decir, cada punto del medio (cada valor de x) tendrá una amplitud diferente. Habrá puntos que vibren con la máxima amplitud posible (0,4 m) y otros que no vibren nada (aquellos para los que el $\text{sen } 12\pi$ vale 0). Esto es lo que ocurre en una onda estacionaria.

La expresión general de una onda estacionaria es: $y(x,t) = 2 \cdot A \text{sen } kx \cdot \cos \omega t$

Comparando con la expresión dada, tenemos que:

$$k = 12\pi \text{ m}^{-1}$$

$$\omega = 40\pi \text{ rad/s}$$

$2A = 0,4 \text{ m}$ (donde A es la amplitud de las ondas generatrices de la O.E.)

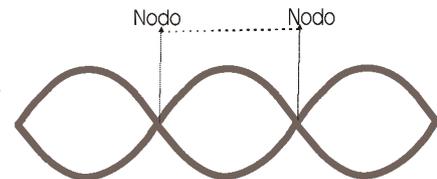
A partir de los valores anotados podemos obtener los valores pedidos:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi \text{ rad}}{40\pi \text{ rad/s}} = \frac{1}{20} \text{ s} \Rightarrow \underline{v = 20\text{Hz}}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{12\pi \text{ m}^{-1}} = \frac{1}{6} \text{ m}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\frac{1}{6} \text{ m}}{\frac{1}{20} \text{ s}} = \frac{20\text{m}}{6\text{s}}; \underline{3,33 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

b) Dos puntos que no vibran son dos nodos. La distancia entre dos nodos, como puede apreciarse en la figura, es media longitud de onda.



Por tanto: $d_{n-n} = \frac{\lambda}{2} = \frac{1}{6} \text{ m} : 2 = \frac{1}{12} \text{ m} \approx \underline{8,33\text{cm}}$