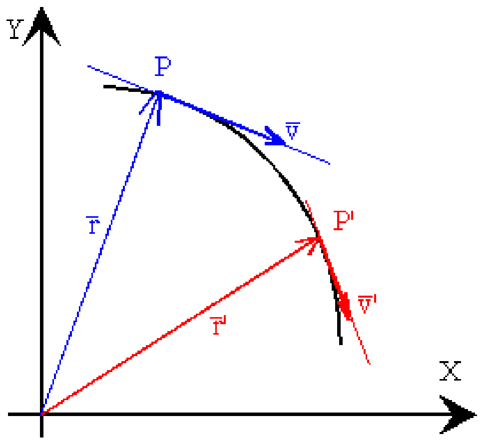
El estudio del movimiento requiere, en primer lugar, tomar un sistema de referencia:



Obtener posiciones y desplazamientos del cuerpo, junto a su velocidad, aceleración y fuerza aplicada.
Sin embargo, no basta con esto para tener un conocimiento completo del mismo, sino que es necesario conocer las manifestaciones energéticas que acompañan a este.
Por ello, en Física surge el concepto de trabajo, que tiene un significado distinto al dado en la vida cotidiana.
Se define el **TRABAJO** elemental realizado por una fuerza $\vec{F}$, al desplazar su punto de aplicación un pequeño trayecto $d\vec{r}$, al producto escalar de la fuerza por el camino recorrido:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F \cdot dr \cdot \cos\phi$$

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int F \cdot \cos\phi \cdot dr$$

O bien, expresando $\vec{F}$ y $d\vec{r}$ a partir de sus componentes, el trabajo viene dado por la ecuación:

$$W = \int F_x \cdot dx + \int F_y \cdot dy + \int F_z \cdot dz$$

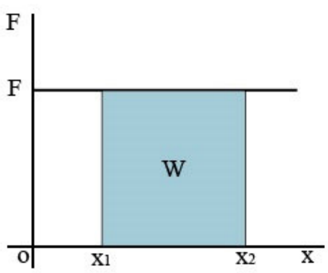
En el caso de que la fuerza aplicada sea constante, el trabajo toma la forma:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot \Delta s \cdot \cos\phi$$

Dimensiones del trabajo: $W = M\,L^2\,T^{-2}$
"La unidad del trabajo se define como el trabajo que realiza la unidad de fuerza al desplazar su punto de aplicación la unidad de longitud a lo largo de su línea de acción." En el S.I. es el Joule:
1 Joule = 1 Newton·1 metro.

— **Condiciones generales para que una fuerza realice trabajo.**
Hemos visto que la expresión del trabajo es: $W = F \cdot \Delta s \cdot \cos\phi$. Por tanto, la realización de trabajo en un cuerpo requiere:
1) Existencia de movimiento, que exista un desplazamiento.
2) La fuerza aplicada y el vector desplazamiento deben formar un ángulo distinto a 90°:
$dW = F \cdot dr \cdot \cos 90^\circ = 0\,J$.
Siendo el trabajo máximo cuando $\phi = 0^\circ$ ==> $dW = F \cdot dr$.

A veces el valor del trabajo puede obtenerse gráficamente:



El área azulada me da el valor del trabajo.

Problema.
¿Qué trabajo realiza una fuerza, de componentes 3 y – 5 N (x e y) al desplazar un cuerpo desde el punto O (0,0) al punto A (- 2, 4) (en metros). ¿Qué ángulo forma la fuerza con el desplazamiento?

— **Potencia.**
Una vez llegado aquí nos hemos de hacer la pregunta: de dos fuerzas que realizan el mismo trabajo, ¿cuál será más eficaz? Evidentemente, la que lo realice en menos tiempo. Al introducir el tiempo en la producción de trabajo, aparece la necesidad de introducir una nueva magnitud física, la **potencia** o trabajo efectuado por una fuerza en la unidad de tiempo:

$$P = \frac{dW}{dt}$$

$$Como \quad dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad ==> \quad P = \frac{\vec{F} \cdot \vec{dr}}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{\vec{dr}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad \left\langle \begin{array}{c} P = 0\, w \;\; si \;\; \vec{F} \perp \vec{v} \\ \\ P \; es \; máxima \quad si \quad \vec{F} == \vec{v} \end{array} \right\rangle$$

La unidad de potencia será la efectuada por una máquina que suministre la unidad de trabajo en la unidad de tiempo. En el S.I. es el watio: 1 watio = 1 Joule·1 s^{-2}.

Problema.
a) ¿Qué trabajo realiza el motor de un coche si ejerce una fuerza de 1200 N para desplazarlo 400 m?
b) Si esto ocurre en 8 s, ¿qué potencia desarrolla el coche?

— **Energía. Trabajo y eg. cinética. Principio de las fuerzas vivas.**
Todo fenómeno físico da lugar a una alteración en el sistema en que se verifica: cambio de posición, variación de sus propiedades, constitución o estado. Dicha alteración requiere la presencia de trabajo.
Los cuerpos, pues, poseen cierta capacidad para poder realizar un trabajo, ya sea por su constitución, posición o por su movimiento. A dicha capacidad se le denomina **ENERGÍA.**
La energía que posee un cuerpo debido a su estado de movimiento recibe el nombre de **ENERGÍA CINÉTICA**.
Supongamos un cuerpo en reposo, y le comunicamos una fuerza constante $\vec{F}$ durante un tiempo dt, consiguiendo el cuerpo un mrua con aceleración $\vec{a}$, hasta que alcanza la velocidad $\vec{v}$. La energía cinética se calcula a través del trabajo aplicado al cuerpo:

$$T = W_1^2 = \int_1^2 \vec{F}\; d\vec{r} = \int_1^2 m\; \vec{a}\; d\vec{r} = m \int_1^2 \frac{\vec{dv}}{dt}\, d\vec{r} = \int_0^{\vec{v}} m\; \vec{v}\; d\vec{v}$$

Si inicialmente el cuerpo poseía una velocidad $\vec{v}_0$ y finalmente su velocidad es $\vec{v}$, entonces sobre este se ha aplicado el trabajo:

$$W_1^2 = \int_{\vec{v}}^{\vec{v}} m\; \vec{v}\; d\vec{v} = \frac{1}{2} m\, v^2 - \frac{1}{2} m\, v_0^2$$

$$W_1^2 = T - T_0 = \Delta T$$

Este es el teorema de las fuerzas vivas: "El trabajo comunicado a un sistema físico se invierte en variar su **energía cinética**."

Problema.
Sobre un móvil de 5 kg, que se desplaza con una velocidad de 18 km/h, actúa una fuerza de 12 N. Determina el trabajo realizado sobre el cuerpo y su velocidad, tras recorrer 25 m, cuando la fuerza y el desplazamiento forman 30º entre sí.

— **Energía potencial. Campos de fuerzas (conservativos y no conservativos).**
Acabamos de ver que la realización de un trabajo sobre un cuerpo puede variar el estado de movimiento de este. Pero, también, un cuerpo puede realizar trabajo debido a su posición o configuración. Es la llamada **energía potencial**, que es la ***energía almacenada*** en un sistema, o bien, es la medida del trabajo que un sistema puede entregar.
La energía potencial puede presentarse como energía potencial gravitatoria, eléctrica y elástica. En los dos primeros casos se necesita el concepto de **campo de fuerzas**, aunque nosotros aquí sólo lo vamos a usar en el caso de la energía gravitatoria.

1) **Energía gravitatoria.**
En una región del espacio existe un **campo de fuerzas**, cuando por el hecho de situar un cuerpo en cualquiera de sus puntos, instantáneamente aparece sometido a una fuerza.
Los campos de fuerzas pueden ser **conservativos** y **no conservativos**:

a) **Campos conservativos**.
Cuando el trabajo realizado por las fuerzas del campo no depende del camino seguido. O bien, cuando el trabajo realizado por las fuerzas del campo en un recorrido cerrado es cero, se dice que el campo es conservativo. Matemáticamente se expresa este hecho mediante la ecuación:

$$\oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$$

La ecuación anterior me indica: "cuando la circulación del vector fuerza es cero, el campo es conservativo."
En zonas restringuidas sobre la superficie terrestre (a alturas h sobre la superficie terrestre pequeñas) el campo gravitatorio es conservativo. Este hecho se demuestra mediante la existencia de la función energía potencial:

$$U = m \cdot g \cdot h$$

Esta función U es continua en todos los puntos (para todo valor de h) y existe para todo h, por lo que el campo gravitatorio en zonas restringuidas sobre la superficie terrestre es conservativo. Para desplazar un cuerpo desde una altura h_A hasta otra h_B se requiere realizar un trabajo sobre el mismo:

$$W_A^B = -\Delta U$$

Por tanto: "la energía potencial de un cuerpo es la capacidad que posee dicho cuerpo para realizar trabajo debido a la posición que ocupa en el interior de un campo de fuerzas."

b) **Campos no conservativos.**
En este caso, el trabajo para ir de un punto a otro del campo depende del camino, y por supuesto, el trabajo en una transformación cerrada no es cero.
Ejemplo: cuando existe fuerza de rozamiento.

Problema.
a) ¿Qué trabajo realiza una grúa si ejerce una fuerza de 2000 N para elevar un cuerpo 20 m?
b) Si esto ocurre en 8 s, ¿qué potencia desarrolla la grúa?

2) **Energía elástica.**
Los cuerpos elásticos también almacenan energía cuando se estiran o se contraen, siendo esta también un tipo de energía potencial.
La energía potencial elástica toma la forma:

$$\boxed{E_p = \frac{1}{2} \cdot kx^2}$$

— **Magnitudes que caracterizan un campo de fuerzas.**
Estas son la **intensidad de campo** y el **potencial**, las cuales no dependen de la masa (carga u otra magnitud activa).
La **intensidad de campo** en un punto de un campo gravitatorio es la fuerza que actúa sobre la unidad de masa situada en dicho punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{m\vec{g}}{m} = G\frac{M\ m}{r^2\ m}\vec{u}_{\vec{r}} \ \equiv> \ \vec{E} = \vec{g} = G\frac{M}{r^2}\vec{u}_{\vec{r}} \qquad [E] = \frac{N}{kg}$$

El **potencial** en un punto de un campo de fuerzas gravitatorio es la energía potencial que poseería la unidad de masa situada en dicho punto:

$$V = \frac{U}{m} = G\frac{M}{r} \qquad [\ V\ ] = \frac{Joules}{kg}$$

La intensidad de campo $\vec{E}$ es una magnitud vectorial, el potencial V es una magnitud escalar. ¿Existe alguna relación entre ambas magnitudes?

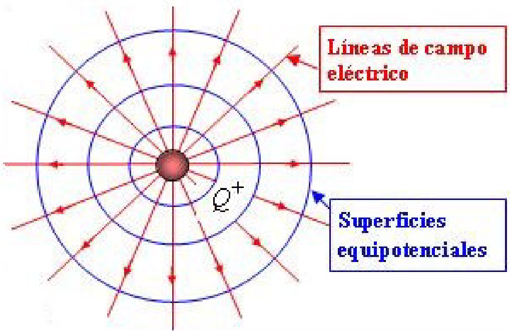
$$W_A^B = U_A - U_B = m \cdot V_A - m \cdot V_B = m \cdot (\ V_A - V_B\ ) = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$$

$$V_B - V_A = -\frac{\vec{F}}{m} \cdot \Delta\vec{r} = -\vec{E} \cdot \Delta\vec{r} \ \equiv> \qquad \Delta V = -\vec{E} \cdot \Delta\vec{r}$$

La misma relación existe entre la fuerza ($\vec{F}$) que ejerce el campo sobre un cuerpo en un punto del mismo y la energía potencial (U) que posee el cuerpo en dicho punto:

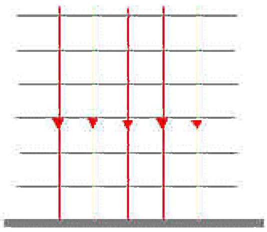
$$\Delta U = -\vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$$

— **Forma gráfica de representar un campo de fuerzas.**



Líneas de fuerza. Líneas tangentes en todos sus puntos a los vectores fuerza del campo en dichos puntos.
No pueden cortarse, porque si lo hacen, en el punto de corte habría dos valores distintos de las fuerzas (en contra de la definición de campo).
Superficies equipotenciales. Son superficies formadas por puntos con igual valor del potencial.

Las líneas de fuerza y las superficies equipotenciales son perpendiculares entre sí:



Líneas de fuerza: flechas rojas.

Superficies equipotenciales: líneas grises.

Tanto las líneas de fuerza como las superficies equipotenciales nos dan una idea de la intensidad del campo, así, el campo es más intenso en aquellas zonas en las que las líneas de fuerza y superficies equipotenciales estén más próximas.

— **Principio de conservación de la energía.**

1) **Campos conservativos.**
En un sistema sometido solamente a campos conservativos, la **energía mecánica** del mismo se conserva, entendiendo por energía mecánica la suma de la energía cinética y la potencial:

$$m\,g\,h_o + \frac{1}{2}m_o\,v_o^2 = m\,g\,h + \frac{1}{2}m\,v^2$$

2) **Campos no conservativos.**
Sistema físico sometido a cualquier tipo de campo. En estos se conserva la **energía total** del sistema, entendiéndose que en esa energía total tenemos que considerar la energía perdida por rozamiento, que generalmente se transformará en energía térmica. La energía total (E_T) de un sistema físico ni se crea, ni se destruye, sino se transforma.

$$m\,g\,h_o + \frac{1}{2}m_o\,v_o^2 = m\,g\,h + \frac{1}{2}m\,v^2 + Q$$

Siendo Q el calor producido por la fuerza de rozamiento:

$$Q = -W_{Fr} = F_r \cdot \Delta s$$

Problema.

a) ¿Tiene energía un atleta que corre? ¿de qué tipo? ¿y cuando salta, que transformaciones energéticas tienen lugar? Razona tus respuestas.
b) Si el atleta posee una masa de 80 kg, determina la energía cinética que adquiere en el salto si su velocidad es de 11 km/h. ¿Qué altura adquiere?
c) Al volver al suelo comprime un muelle, determina la constante elástica del mismo si se comprime 35 cm.

— **Choque entre partículas materiales.**

Se supone que las fuerzas del choque son internas al sistema. Al ser internas al sistema, podemos decir:

$$\sum \vec{F}_{ext} = (0,0,0)\,N \;\Rightarrow\; \vec{p}_0 = \vec{p}_f$$

Vamos a hablar de **choque elástico** y **choque inelástico**, y dentro de este último: **totalmente inelástico** y **parcialmente inelástico**.
Veamos un sistema formado por dos partículas materiales:

1) **Choque elástico.**
En este se **conserva** la cantidad de movimiento:

$$\sum \vec{F}_{ext} = (0,0,0)\,N \;\equiv>\; \vec{p}_0 = \vec{p}_f \;\equiv>\; m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$$

Pero, además, se **conserva** la energía mecánica:

$$(E_{mec})_0 = (E_{mec})_f \;\equiv>\; \frac{1}{2} m_1 v_{01}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{02}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

2) **Choque totalmente inelástico.**
En este caso una partícula se incrusta totalmente en la otra, perdiéndose energía en forma de calor:

$$\vec{p}_0 = \vec{p}_f \;\equiv>\; m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02} = (m_1 + m_2)\,\vec{v}$$

3) **Choque parcialmente inelástico.**
Aquí se pierde, también, energía en forma de calor. El estudio de este choque requiere tener en cuenta un **coeficiente de restitución**, que toma el valor:

$$k = -\frac{v_2 - v_1}{v_{02} - v_{01}} \quad \begin{cases} v_2 \;\; y \;\; v_1 \rightarrow \textit{velocidades después del choque} \\ \\ v_{02} \;\; y \;\; v_{01} \rightarrow \textit{velocidades antes del choque} \end{cases}$$

$$\text{Sí} \begin{cases} k = 0 \rightarrow \textit{choque totalmente inelástico.} \\ \\ k = 1 \rightarrow \textit{choque elástico.} \\ \\ 0 < k < 1 \rightarrow \textit{choque parcialmente inelástico.} \end{cases}$$